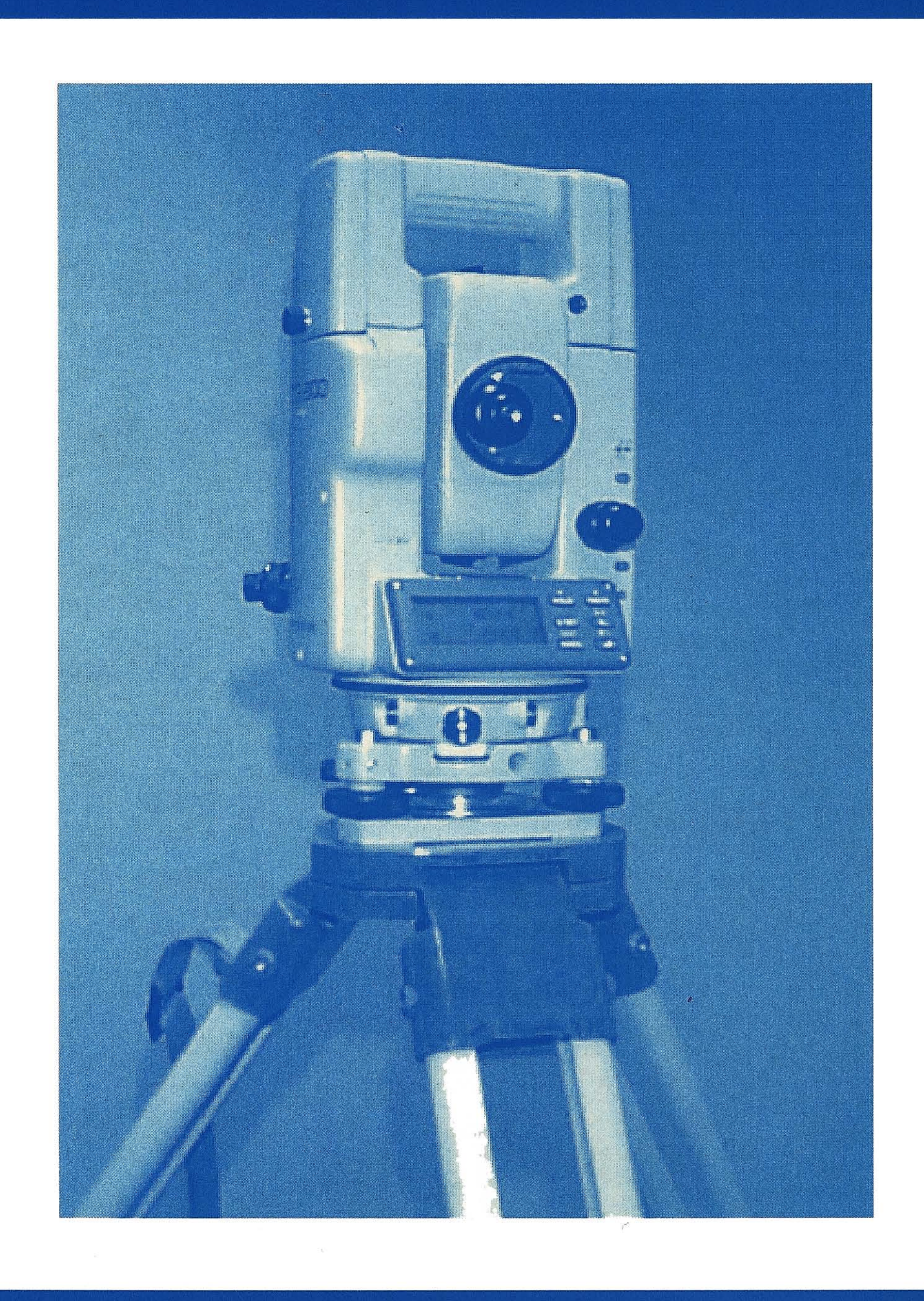
Jacinto Santamaría Peña

PROBLEMAS RESUELTOS DE TOPOGRAFÍA PRÁCTICA



Universidad de La Rioja

PROBLEMAS RESUELTOS
DE
TOPOGRAFÍA PRÁCTICA

MATERIAL DIDÁCTICO

Ingenierías

nº 6

Jacinto Santamaría Peña

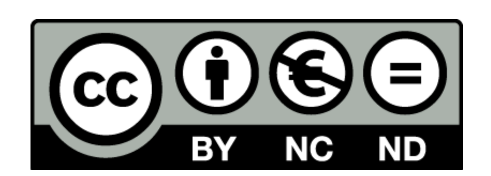
PROBLEMAS RESUELTOS DE TOPOGRAFÍA PRÁCTICA

Segunda Edición

UNIVERSIDAD DE LA RIOJA
Servicio de Publicaciones

A G R A D E C I M I E N T O S

Quisiera, finalmente, agradecer la colaboración recibida para la preparación de esta publicación a los profesores del Área de Expresión Gráfica en la Ingeniería de la Universidad de La Rioja, y muy especialmente al Profesor Asociado D. Teófilo Sanz Méndez, por las ideas aportadas y por el afán personal puesto para que salga definitivamente hoy a la luz.



publicaciones.unirioja.es

E-mail: publicaciones@unirioja.es

ISBN: 978-84-692-2009-2

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Esta publicación va dirigida fundamentalmente a los alumnos de primer curso de Ingenierías Técnicas, que empiezan a descubrir en la TOPOGRAFÍA las primeras aplicaciones realmente prácticas de los conceptos más o menos teóricos vistos con anterioridad en Geometría, en los Sistemas de Representación y en la propia Trigonometría.

Se es consciente de que existen gran cantidad de publicaciones con ejercicios prácticos resueltos en esta materia, pero suelen ser de una mayor complejidad y el alumno tras un primer acercamiento, suele desistir. Los ejercicios aquí propuestos y resueltos pueden pecar de excesiva sencillez, pero el autor prefiere asociar dicha sencillez a la claridad de ideas que en los alumnos puede generar. Así pues, se ha decidido publicar esta pequeña colección de problemas con la intención de aclarar y afianzar unos conocimientos básicos en la asignatura de Topografía y se ha pretendido orientar todos los planteamientos a una posible aplicación práctica en el campo de la Ingeniería Técnica.

El esquema general de todos los ejercicios prácticos propuestos consiste en:

- Un enunciado del problema, dando los datos de partida, los datos tomados en campo y expresando claramente lo que se pide.
- Croquis de situación. Con los datos que se nos dan en el enunciado, lo primero que se hace es un croquis de la situación de partida.
- Resolución analítica del problema, aplicando las metodologías tradicionales vistas en los métodos topográficos.
- Resolución mediante programa informático de aplicación topográfica. En este caso se ha optado por utilizar el programa TOPCAL, por su fácil manejo y aprendizaje por parte del alumno. Los datos obtenidos por este programa deberán siempre ser comparados con los obtenidos por resolución analítica y resolución gráfica.
- Resolución Gráfica, si el problema es propicio para ello. Se ha utilizado el programa Microstation®95.
- Representación Gráfica, utilizando programa Microstation®95.

La organización de los problemas se ha realizado de acuerdo con el orden tradicional de aprendizaje de los métodos topográficos planimétricos, altimétricos y taquimétricos, culminando con una serie de ejercicios de aplicación directa de dichos métodos a la partición de fincas y al replanteo.

La resolución analítica de los problemas se ha hecho paso a paso, dando los resultados de cada uno de los cálculos necesarios. Por el excesivo número de datos expresados en cada problema, no sería de extrañar la existencia de erratas. Busquemos el valor pedagógico que para el alumno supone el descubrimiento de una errata en el libro del profesor, pero confiemos en que éstas no sean excesivas.

Espero que la presente publicación sea bien acogida y del agrado de los alumnos, ya que en gran medida nace a petición suya, y sirva para una mejor preparación de sus asignaturas.

Jacinto Santamaría Peña
Profesor del Departamento
de Ingeniería Mecánica

PROBLEMAS

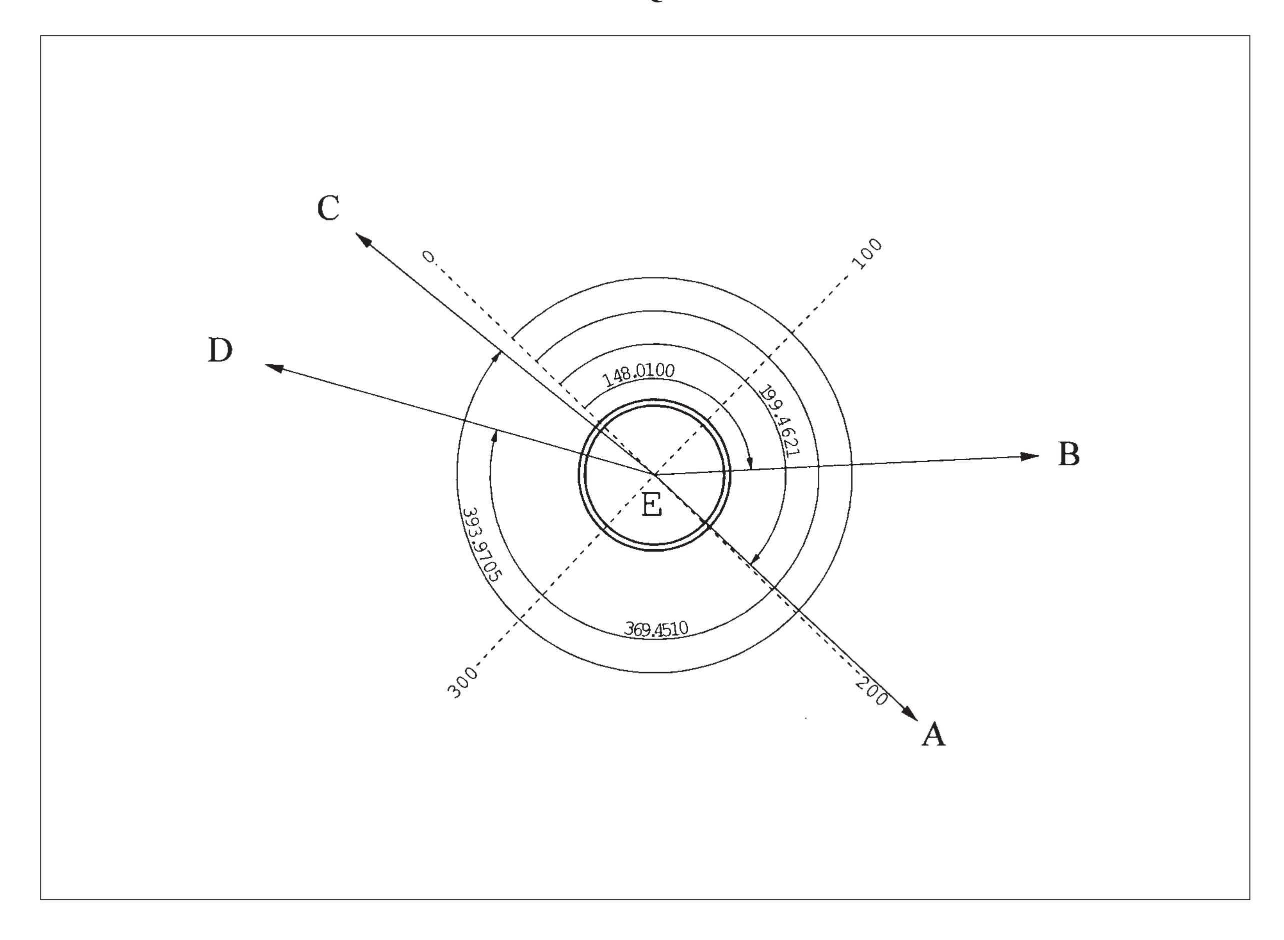
P-1. ***Por simple radiación, se levanta una finca agrícola estacionando en un punto central de la misma. Utilizando un Taquímetro no autorreductor se obtiene la siguiente libreta de campo:***

K = 100 i = 1,450 m.

Punto observado	Lectura acimutal (gon)	HILOS (mm)			Altura de Horizonte (%)
		Superior	Central	Inferior	
A	199.4621	1416	0950	0484	+ 2.09
B	148.0100	1262	0900	0538	+ 1.34
C	393.9705	1330	0900	0470	- 1.69
D	369.4510	1866	1300	0734	- 0.54

Determinar las coordenadas (x, y, z) de los puntos visados, partiendo de unas coordenadas para el punto de estación de (100; 100; 10)

CROQUIS



Resolución.

Primero calculamos las alturas de horizonte, en grados centesimales.

Visual E-A: α_A = arctg 0.0209 = +1.3303g

Visual E-B: α_B = arctg 0.0134 = +0.8530g

Visual E-C: α_C = arctg -0.0169 = -1.0758g

Visual E-C: α_D = arctg -0.0054 = -0.3438g

Ahora calculamos las distancias horizontales de la estación a los puntos:

E-A = (1416 - 484) * 100 / 1000 * $\cos^2$ 1.3303 = 93.159 m.

E-B = (1262 - 538) * 100 / 1000 * $\cos^2$ 0.8530 = 72.387 m.

E-C = (1330 - 470) * 100 / 1000 * $\cos^2$ 1.0758 = 85.975 m.

E-D = (1866 - 734) * 100 / 1000 * $\cos^2$ 0.3438 = 113.197 m.

Ahora calculamos los ΔX y los ΔY de la estación a los puntos:

ΔX_E^A = 93.159 * SEN 199.4621 = + 0.787 ΔY_E^A = 93.159 * COS 199.4621 = - 93.156

ΔX_E^B = 72.387 * SEN 148.0100 = + 52.760 ΔY_E^B = 72.387 * COS 148.0100 = - 49.561

ΔX_E^C = 85.975 * SEN 393.9705 = - 8.131 ΔY_E^C = 85.975 * COS 393.9705 = + 85.590

ΔX_E^D = 113.197 * SEN 369.4510 = - 52.258 ΔY_E^D = 113.197 * COS 369.4510 = + 100.412

Ahora calculamos las coordenadas X, Y absolutas, de los puntos radiados:

$X_A = X_E + \Delta X_E^A$ = 100 + 0.787 = 100.787 $Y_A = Y_E + \Delta Y_E^A$ = 100 - 93.156 = 6.844

$X_B = X_E + \Delta X_E^B$ = 100 + 52.760= 152.760 $Y_B = Y_E + \Delta Y_E^B$ = 100 - 49.561 = 50.439

$X_C = X_E + \Delta X_E^C$ = 100 - 8.131 = 91.869 $Y_C = Y_E + \Delta Y_E^C$ = 100 + 85.590 = 185.590

$X_D = X_E + \Delta X_E^D$ = 100 -52.258 = 47.742 $Y_D = Y_E + \Delta Y_E^D$ = 100 + 100.412 = 200.412

Ahora calculamos los ΔZ, de la estación a los puntos radiados:

ΔZ_E^A = t + i - m = (93.159 * 0.0209) + 1.45 - 0.95 = + 2.447

ΔZ_E^B = t + i - m = (72.387 * 0.0134) + 1.45 - 0.90 = + 1.520

ΔZ_E^C = t + i - m = - (85.975 * 0.0169) + 1.45 - 0.90 = - 0.903

ΔZ_E^D = t + i - m = - (113.197 * 0.0054) + 1.45 - 1.30 = - 0.461

Por último, calculamos la coordenada Z de los puntos radiados:

$Z_A = Z_E + \Delta Z_E^A$ = 10 + 2.447 = 12.447 m.

$Z_B = Z_E + \Delta Z_E^B$ = 10 + 1.520 = 11.520 m.

$Z_C = Z_E + \Delta Z_E^C$ = 10 - 0.903 = 9.097 m.

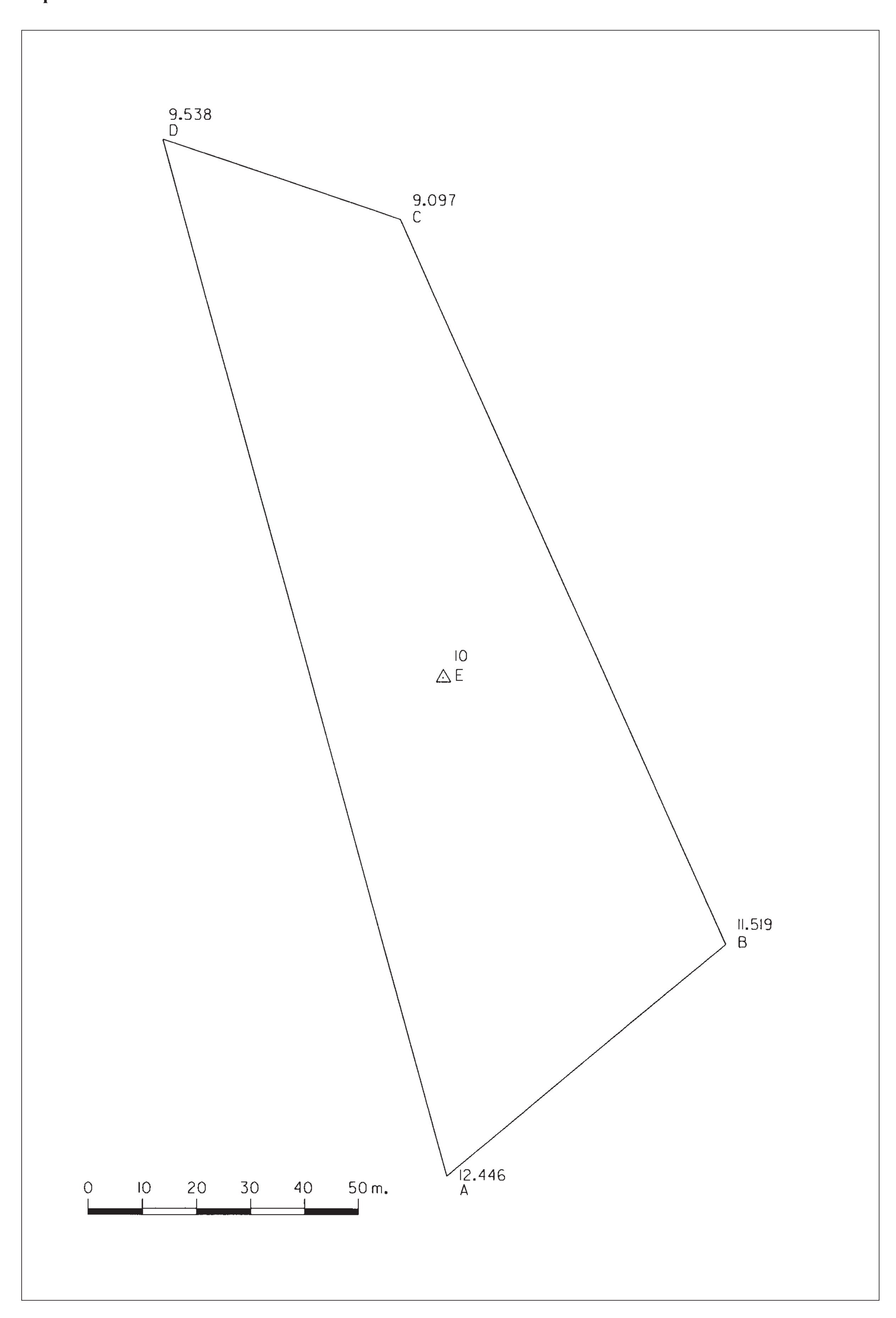
$Z_D = Z_E + \Delta Z_E^D$ = 10 - 0.461 = 9.539 m.

Resolución con TOPCAL

Estación	Punto	H	V	D	m	i
E	A	199.4621	98.6697	93.159	0.950	1.450
E	B	148.0100	99.1470	72.387	0.900	1.450
E	C	393.9705	101.0758	85.975	0.900	1.450
E	D	369.4510	100.3438	113.197	1.300	1.450

	X	Y	Z
A	100.787	6.844	12.447
B	152.760	50.439	11.520
C	91.869	185.590	9.097
D	47.742	200.412	9.539
E	100.000	100.000	10.000

Representación.



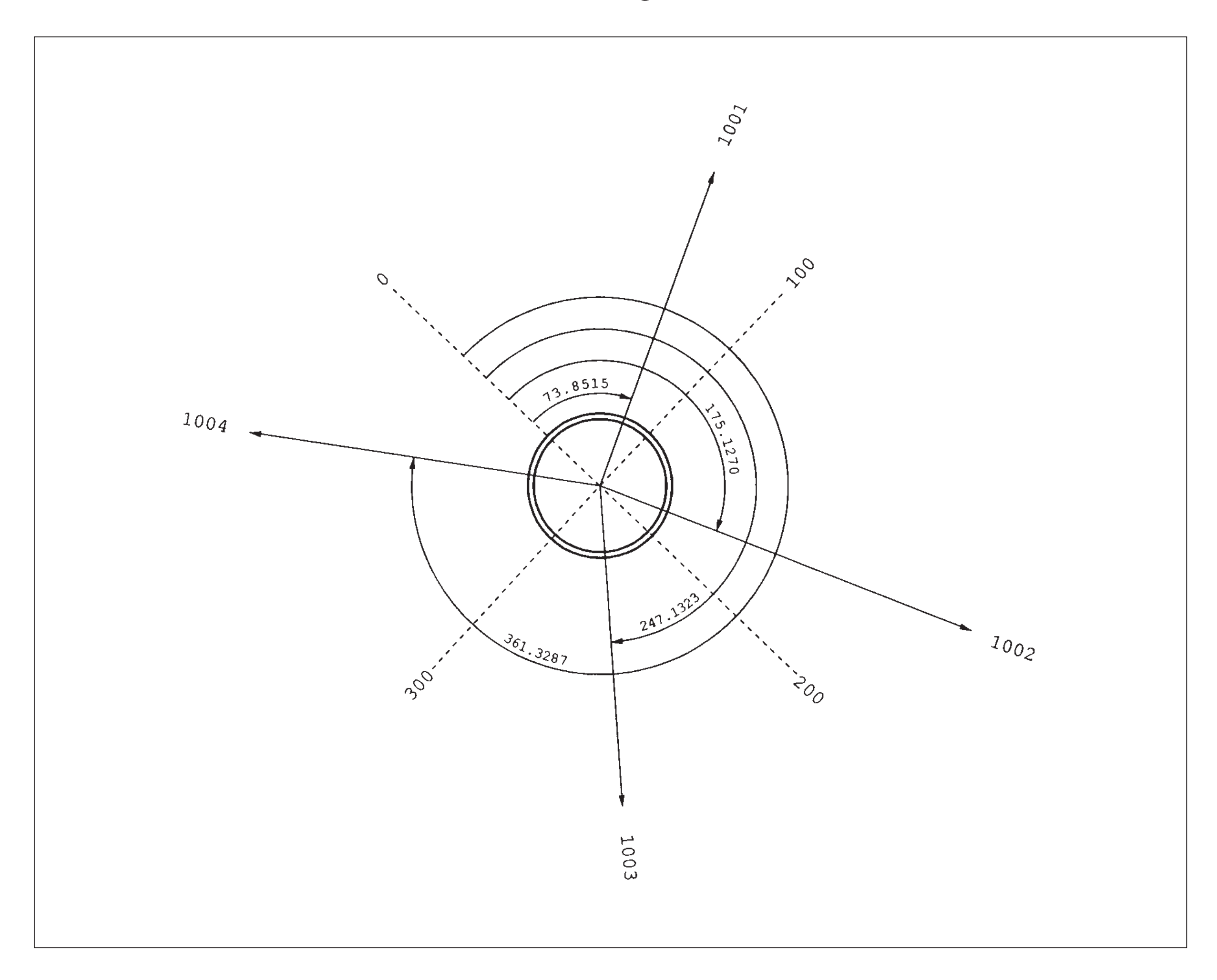
P-2. ***Trabajando con una Estación Total, se levanta una finca de almendros estacionando en un punto cuyas coordenadas son (10.000; 20.000; 400) y se lanza visual a cuatro puntos. Los datos tomados en campo son:***

Altura de instrumento = 1.457 m. **Altura de prisma = 1.70 m.**

Punto visado	Azimutal	Distancia Cenital	Distancia geométrica
1001	73.8515	97.2593	1773.320
1002	175.1270	98.6057	620.315
1003	247.1323	101.3842	1207.400
1004	361.3287	102.2500	812.768

Calcular las coordenadas (x, y, z) de los puntos visados y representar gráficamente la finca.

CROQUIS



Resolución con Topcal

Fichero de observaciones

Estación	Punto	Azimutal	Cenital	D. Geométrica	m	i
1000	1001	73.8515	97.2593	1773.320	1.700	1.457
1000	1002	175.1270	98.6057	620.315	1.700	1.457
1000	1003	247.1323	101.3842	1207.400	1.700	1.457
1000	1004	361.3287	102.2500	812.768	1.700	1.457

Fichero de puntos

Punto	X	Y	Z	w
1000	10000.000	20000.000	400.000	0.00 Estación
1001	11624.319	20707.409	476.284	0.00
1002	10236.184	19426.569	413.367	0.00
1003	9185.743	19108.871	373.603	0.00
1004	9536.383	20666.953	371.081	0.00

Fichero de Radiación

ESTACION 1000 Estación

X	Y	Z	w
10000.000	20000.000	400.000	0.0000

PTO.	H	V	DG	M	I	DR	AZ	X	Y	Z
1001	73.8515	97.2593	1773.32	1.70	1.46	1771.68	73.8515	11624.319	20707.409	476.284
1002	175.1270	98.6057	620.32	1.70	1.46	620.17	175.1270	10236.184	19426.569	413.367
1003	247.1323	101.3842	1207.40	1.70	1.46	1207.11	247.1323	9185.743	19108.871	373.603
1004	361.3287	102.2500	812.77	1.70	1.46	812.26	361.3287	9536.383	20666.953	371.081

Resolución.

Primero calculamos las distancias reducidas de la Estación a los puntos radiados:

$$D_{1000}^{1001} = D_{geométrica} * \text{sen}\,\Delta = 1773.320 * \text{sen}\,97.2593 = 1771.677$$
$$D_{1000}^{1002} = D_{geométrica} * \text{sen}\,\Delta = 620.315 * \text{sen}\,98.6057 = 620.166$$
$$D_{1000}^{1003} = D_{geométrica} * \text{sen}\,\Delta = 1207.400 * \text{sen}\,101.3842 = 1207.115$$
$$D_{1000}^{1004} = D_{geométrica} * \text{sen}\,\Delta = 812.768 * \text{sen}\,102.2500 = 812.260$$

Ahora calculamos los Δx y los Δy de la Estacion a los puntos radiados:

$$\Delta x_{1000}^{1001} = D_{reducida} * \text{sen}\, L_{\theta} = 1771.677 * \text{sen}\, 73.8515 = +1624.319$$
$$\Delta x_{1000}^{1002} = D_{reducida} * \text{sen}\, L_{\theta} = 620.166 * \text{sen}\, 175.1270 = +236.184$$
$$\Delta x_{1000}^{1003} = D_{reducida} * \text{sen}\, L_{\theta} = 1207.115 * \text{sen}\, 247.1323 = -814.257$$
$$\Delta x_{1000}^{1004} = D_{reducida} * \text{sen}\, L_{\theta} = 812.260 * \text{sen}\, 361.3287 = -463.616$$

$$\Delta y_{1000}^{1001} = D_{reducida} * \cos L_{\theta} = 1771.677 * \cos 73.8515 = +707.409$$
$$\Delta y_{1000}^{1002} = D_{reducida} * \cos L_{\theta} = 620.166 * \cos 175.1270 = -573.431$$
$$\Delta y_{1000}^{1003} = D_{reducida} * \cos L_{\theta} = 1207.115 * \cos 247.1323 = -891.130$$
$$\Delta y_{1000}^{1004} = D_{reducida} * \cos L_{\theta} = 812.260 * \cos 361.3287 = +666.953$$

Ahora calculamos los Δz aparentes de la Estacion a los puntos radiados (sin tener en cuenta el efecto de la esfericidad y refracción):

$$\Delta z_{1000}^{1001} = t + i - m = \frac{D_{reducida}}{\text{tg}\,\Delta} + i - m = \frac{1771.677}{\text{tg}\, 97.2593} + 1.457 - 1.70 = +76.076$$
$$\Delta z_{1000}^{1002} = t + i - m = \frac{D_{reducida}}{\text{tg}\,\Delta} + i - m = \frac{620.166}{\text{tg}\, 98.6057} + 1.457 - 1.70 = +13.342$$
$$\Delta z_{1000}^{1003} = t + i - m = \frac{D_{reducida}}{\text{tg}\,\Delta} + i - m = \frac{1207.115}{\text{tg}\, 101.3842} + 1.457 - 1.70 = -26.494$$
$$\Delta z_{1000}^{1004} = t + i - m = \frac{D_{reducida}}{\text{tg}\,\Delta} + i - m = \frac{812.260}{\text{tg}\, 102.2500} + 1.457 - 1.70 = -28.963$$

Los desniveles verdaderos serían (teniendo en cuenta esfericidad y refracción):

$$\Delta z_{1000}^{1001} = +76.076 + 6.6 * 10^{-8} * 1771.677^2 = +76.283$$

$$\Delta z_{1000}^{1002} = +13.342 + 6.6 * 10^{-8} * 620.166^2 = +13.367$$

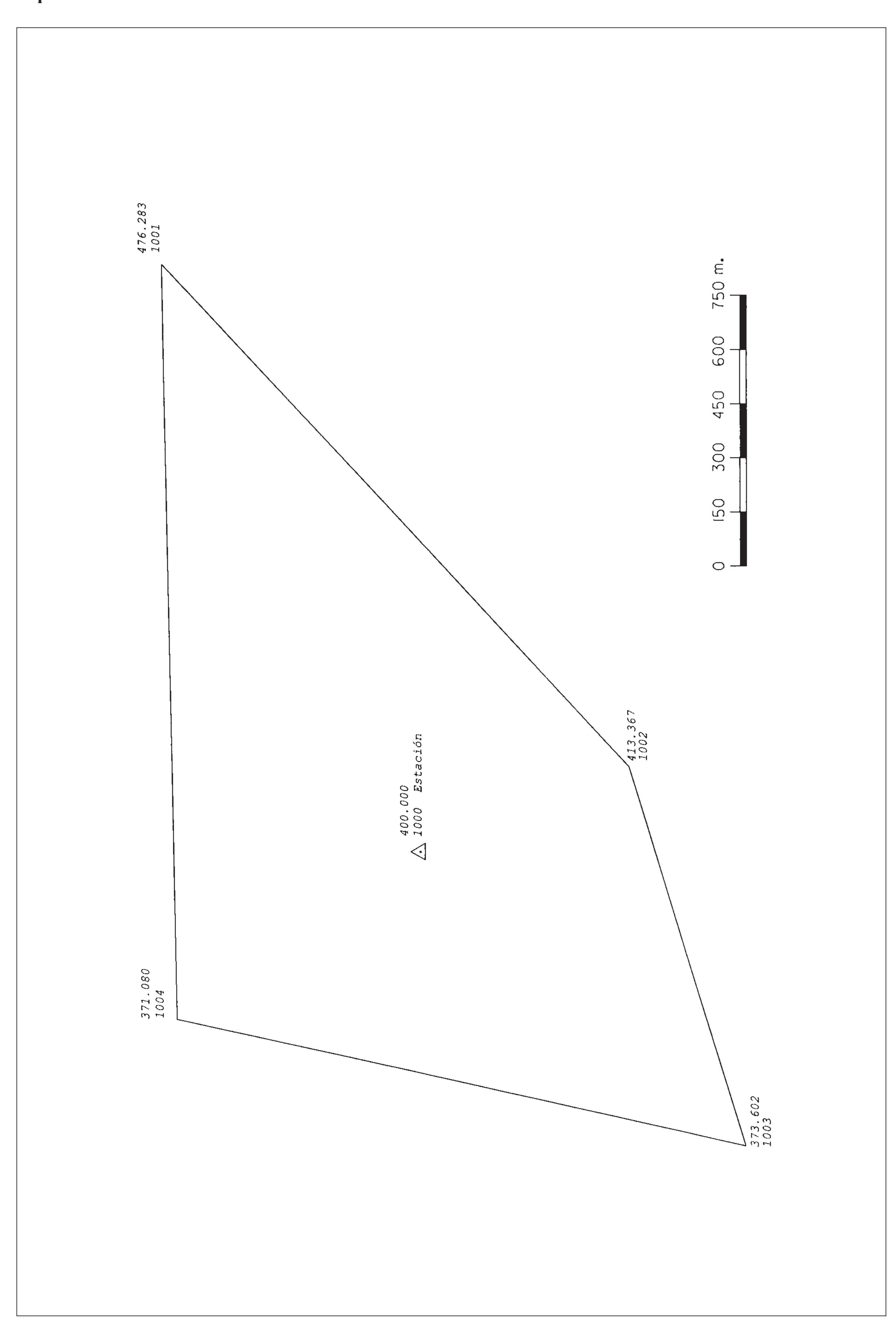
$$\Delta z_{1000}^{1003} = -26.494 + 6.6 * 10^{-8} * 1207.115^2 = -26.398$$

$$\Delta z_{1000}^{1004} = -28.963 + 6.6 * 10^{-8} * 812.260^2 = -28.919$$

Por último calculamos las coordenadas absolutas X,Y,Z de los puntos radiados:

X_{1001} = 10000 + 1624.319	=	11624.319
X_{1002} = 10000 + 236.184	=	10236.184
X_{1003} = 10000 - 814.257	=	9185.743
X_{1004} = 10000 - 463.616	=	9536.384
Y_{1001} = 20000 + 707.409	=	20707.409
Y_{1002} = 20000 - 573.431	=	19426.569
Y_{1003} = 20000 - 891.130	=	19108.870
Y_{1004} = 20000 + 666.953	=	20666.953
Z_{1001} = 400 + 76.283	=	476.283
Z_{1002} = 400 + 13.367	=	413.367
Z_{1003} = 400 - 26.398	=	373.602
Z_{1004} = 400 - 28.919	=	371.081

Representación.



P-3. ***Resolver el itinerario cuya libreta de campo se adjunta:***

Est.	Pto. visado	Lect. Acimut	Cenital	Geométrica	Prisma	i
1	2	36.1095	98.8545	58.980	1.50	1.51
1	3	0.0000	99.7825	53.727	1.50	1.51
2	1	82.5695	101.2100	58.972	1.50	1.54
2	3	154.5090	101.8700	31.948	1.50	1.54
3	2	308.0315	98.1260	31.931	1.50	1.44
3	1	0.0000	100.1420	53.746	1.50	1.44

Las coordenadas de la estación 1 son: (2000 ; 4000 ; 600)

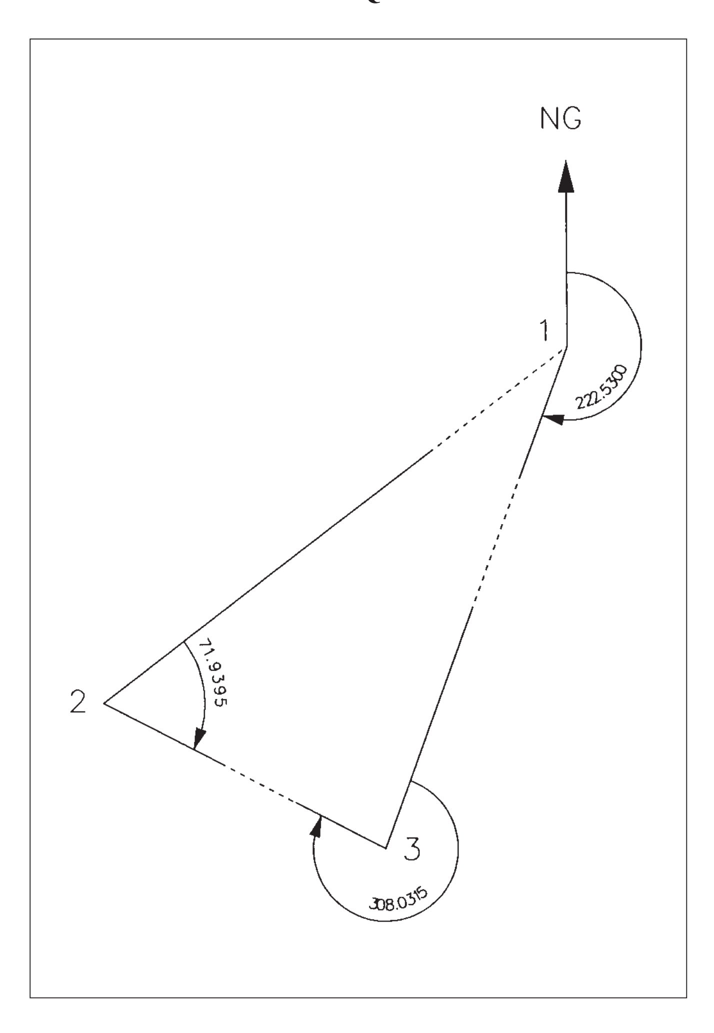
El acimut de la estación 1 a la estación 3 es de 222.5300

Calcular los errores de cierre angular y lineales (X, Y, Z)

Compensar los errores.

Obtener las coordenadas X, Y y Z de las estaciones de la poligonal.

CROQUIS



Resolución con Topcal.

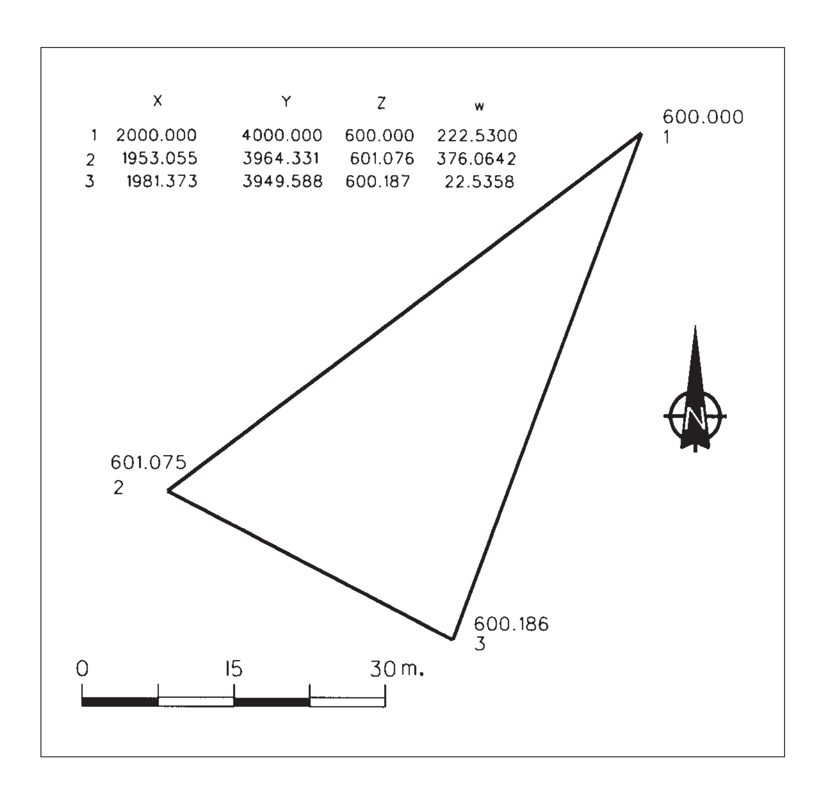
P O L I G O N A L

-NE-	P	-H-	-V-	-DG-	-M-	-I-	-AZ-	-DR-	-DES-
1	2	36.1095	98.8545	58.980	1.50	1.51	258.6337	58.970	1.071
2	1	82.5695	101.2100	58.972	1.50	1.54	58.6337	58.961	-1.081
2	3	154.5090	101.8700	31.948	1.50	1.54	130.5673	31.934	-0.898
3	2	308.0315	98.1260	31.931	1.50	1.44	330.5673	31.917	0.880
3	1	0.0000	100.1420	53.746	1.50	1.44	22.5300	53.746	-0.180
1	3	0.0000	99.7825	53.727	1.50	1.51	222.5300	53.727	0.194

Longitud de la poligonal 144.6
Error de cierre angular = -0.0175
Error de cierre en -X- 0.011
Error de cierre en -Y- 0.016
Error de cierre en -Z- -0.000

-NE-	-X-	-Y-	-Z-	-W-
1	2000.000	4000.000	600.000	222.5300
2	1953.055	3964.331	601.076	376.0642
3	1981.373	3949.588	600.187	22.5358

Representación.



Resolución.

$$w_1 = \theta_1^3 - L_1^3 = 222.5300 - 0.0000 = 222.5300$$
$$\theta_1^2 = L_1^2 + w_1 = 36.1095 + 222.5300 = 258.6395$$
$$w_2 = \theta_2^1 - L_2^1 + 400 = 58.6395 - 82.5695 + 400 = 376.07$$
$$\theta_2^3 = L_2^3 + w_2 = 154.5090 + 376.07 - 400 = 130.5790$$
$$w_3 = \theta_3^2 - L_3^2 = 330.5790 - 308.0315 = 22.5475$$
$$\theta_3^1 = L_3^1 + w_3 = 0.0000 + 22.5475 = 22.5475$$

$$\varepsilon_\alpha = 22.5300 - 22.5475 = -0.0175$$

Azimutes compensados:

$$\left[\theta_1^2\right] = \theta_1^2 - \frac{0.0175}{3} = 258.6395 - 0.0058 = \mathbf{258.6337}$$
$$\left[\theta_2^3\right] = \theta_2^3 - \frac{2*0.0175}{3} = 130.5790 - 0.0117 = \mathbf{130.5673}$$
$$\left[\theta_3^1\right] = \theta_3^1 - \frac{3*0.0175}{3} = 22.5475 - 0.0175 = \mathbf{22.5300}$$

Distanicas reducidas de los ejes:

$$D_1^2\,(reducida) = D_1^2\,(geométrica) * \operatorname{sen}\Delta = 58.980 * \operatorname{sen} 98.8545 = 58.970$$
$$D_2^1\,(reducida) = D_2^1\,(geométrica) * \operatorname{sen}\Delta = 58.972 * \operatorname{sen} 101.210 = 58.961$$
$$D_1^2\,(media) = \mathbf{58.966}$$
$$D_2^3\,(reducida) = D_2^3\,(geométrica) * \operatorname{sen}\Delta = 31.948 * \operatorname{sen} 101.870 = 31.934$$
$$D_3^2\,(reducida) = D_3^2\,(geométrica) * \operatorname{sen}\Delta = 31.931 * \operatorname{sen} 98.1260 = 31.917$$
$$D_2^3\,(media) = \mathbf{31.926}$$
$$D_3^1\,(reducida) = D_3^1\,(geométrica) * \operatorname{sen}\Delta = 53.746 * \operatorname{sen} 100.142 = 53.746$$
$$D_1^3\,(reducida) = D_1^3\,(geométrica) * \operatorname{sen}\Delta = 53.727 * \operatorname{sen} 99.7825 = 53.727$$
$$D_3^1\,(media) = \mathbf{53.737}$$

$$\Delta x_1^2 = D(reducida) * \operatorname{sen}\theta = 58.966 * \operatorname{sen} 258.6337 = -46.950$$
$$\Delta x_2^3 = D(reducida) * \operatorname{sen}\theta = 31.926 * \operatorname{sen} 130.5673 = +28.316$$
$$\Delta x_3^1 = D(reducida) * \operatorname{sen}\theta = 53.737 * \operatorname{sen} 22.5300 = +18.623$$
$$\sum \Delta x = -0.011$$

$$\Delta y_1^2 = D(reducida) * \cos\theta = 58.966 * \cos 258.6337 = -35.675$$
$$\Delta y_2^3 = D(reducida) * \cos\theta = 31.926 * \cos 130.5673 = -14.747$$
$$\Delta y_3^1 = D(reducida) * \cos\theta = 53.737 * \cos 22.5300 = +50.407$$
$$\sum \Delta y = -0.015$$

$\Delta y_1^2 = D_{(reducida)} * \cos\theta = 58.966 * \cos 258.6337 = -35.675$

$\Delta y_2^3 = D_{(reducida)} * \cos\theta = 31.926 * \cos 130.5673 = -14.747$

$\Delta y_3^1 = D_{(reducida)} * \cos\theta = 53.737 * \cos 22.5300 = +50.407$

$\sum \Delta y = -0.015$

$\Delta z_1^2 = t + i - m = D_{(geométrica)} * \cos\Delta + i - m = 58.980 * \cos 98.8545 + 1.51 - 1.5 = +1.071$

$\Delta z_2^1 = t + i - m = D_{(geométrica)} * \cos\Delta + i - m = 58.972 * \cos 101.210 + 1.54 - 1.5 = -1.081$

$\Delta z_{1\,(medio)}^2 = \dfrac{1.071 + 10.81}{2} = +1.076$

$\Delta z_2^3 = t + i - m = D_{(geométrica)} * \cos\Delta + i - m = 31.948 * \cos 101.870 + 1.54 - 1.5 = -0.898$

$\Delta z_3^2 = t + i - m = D_{(geométrica)} * \cos\Delta + i - m = 31.931 * \cos 98.1260 + 1.44 - 1.5 = +0.880$

$\Delta z_{2\,(medio)}^3 = \dfrac{-0.898 - 0.880}{2} = -0.889$

$\Delta z_3^1 = t + i - m = D_{(geométrica)} * \cos\Delta + i - m = 53.746 * \cos 100.1420 + 1.44 - 1.5 = -0.180$

$\Delta z_1^3 = t + i - m = D_{(geométrica)} * \cos\Delta + i - m = 53.727 * \cos 99.7825 + 1.51 - 1.5 = +0.194$

$\Delta z_{3\,(medio)}^1 = \dfrac{-0.180 - 0.194}{2} = -0.187$

$\sum \Delta z = 0$

Compensación de Δx *e* Δy:

$\varepsilon_x = -0.011$ $\quad \sum |\Delta x| = 93.889$ $\quad \varepsilon_y = -0.015$ $\quad \sum |\Delta y| = 100.829$

$[\Delta x_1^2] = -46.950 + \dfrac{0.011 * 46.95}{93.889} = -46.944$

$[\Delta x_2^3] = 28.316 + \dfrac{0.011 * 28.316}{93.889} = +28.319$

$[\Delta x_3^1] = 18.623 + \dfrac{0.011 * 18.623}{93.889} = +18.625$

$[\Delta y_1^2] = -35.675 + \dfrac{0.015 * 35.675}{100.829} = -35.670$

$[\Delta y_2^3] = -14.747 + \dfrac{0.015 * 14.747}{100.829} = -14.745$

$[\Delta y_3^1] = +50.407 + \dfrac{0.015 * 50.407}{100.829} = +50.415$

Coordenadas absolutas de los puntos del itinerario:

$X_1 = 2000$

$X_2 = 2000 - 46.944 = 1953.056$

$X_3 = 1953.056 + 28.319 = 1981.375$

$Y_1 = 4000$

$Y_2 = 4000 - 35.67 = 3964.330$

$Y_3 = 3964.330 - 14.745 = 3949.585$

$Z_1 = 600$

$Z_2 = 600 + 1.076 = 601.076$

$Z_3 = 601.076 - 0.889 = 600.187$

P-4. ***Resolver el itinerario encuadrado entre A y C cuya libreta de campo se adjunta:***

Estación	Pto.	L. Acimutal	Distancia Cenital	D. geométrica	Alt. Prisma	Alt. aparato
A	Ref-1	315,0000				
A	B	143,0457	100,5132	436,029	1.60	1.36
B	A	51,0011	99,4845	436,019	1.30	1.40
B	C	229,7963	101,0110	514,600	1.60	1.40
C	B	203,5030	98,9070	514,623	1.80	1.44
C	Ref-2	2 90,5051				

Las coordenadas de la estación A son: (2000,000 ; 5000,000 ; 400,000)

Las coordenadas de la estación C son: (2722,775 ; 5597,050 ; 387,884)

Las coordenadas de Ref-1 son: X = 1500,000 Y = 4300,000

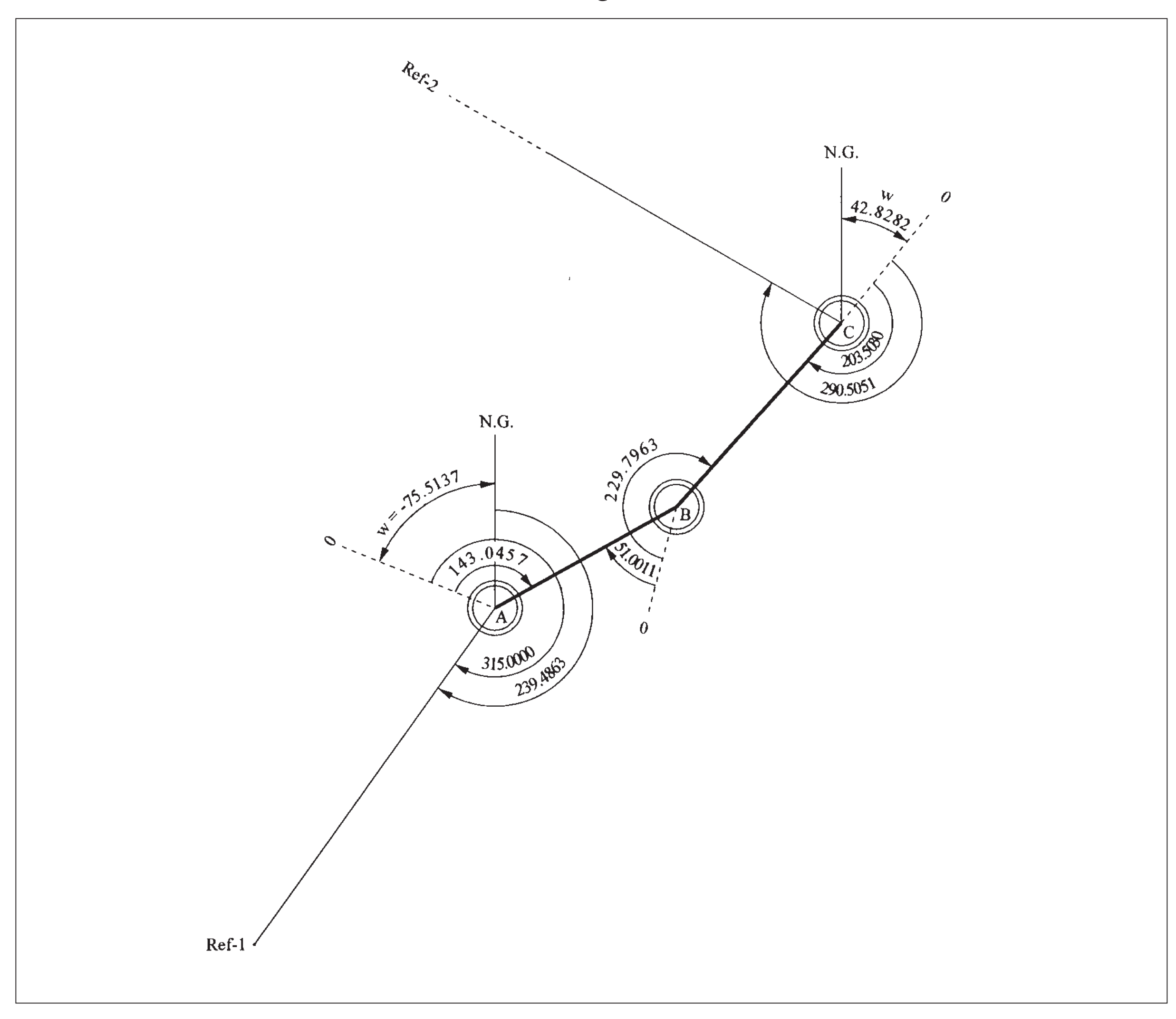
El Acimut de C a Ref-2 = 333,3333 g

Calcular los errores de cierre angular y lineales (X, Y, Z)

Compensar los errores.

Obtener las coordenadas X, Y y Z de las estaciones de la poligonal.

CROQUIS



Resolución.

Primero calculamos el Acimut de la Estación A a la Ref-1, a través de sus coordenadas:

$$\theta_A^{Ref-1} = 200 + \text{arctg}\frac{|\Delta x|}{|\Delta y|} = 200 + \text{arctg}\frac{500}{700} = 239.4863$$

Con este dato, podemos calcular la desorientación de la estación A:

$$w_A = \theta_A^{Ref-1} - L_A^{Ref-1} = 239.4863 - 315.0000 = -75.5137$$

Con esto, empezamos a calcular los Acimutes corregidos de orientación:

$$\theta_A^B = L_A^B + w_A = 143.0457 - 75.5137 = 67.5320$$
$$w_B = \theta_B^A - L_B^A = 267.5320 - 51.0011 = 216.5309$$
$$\theta_B^C = L_B^C + w_B = 229.7963 + 216.5309 \equiv 46.3272$$
$$w_C = \theta_C^B - L_C^B = 246.3272 - 203.5030 = 42.8242$$
$$\theta_C^{Ref-2} = L_C^{Ref-2} + w_C = 290.5051 + 42.8242 = 333.3293$$

El error angular de cierre será: $e_a = 333.3333 - 333.3293 = +0.0040$

La compensación por eje será: Comp. = 0.004/3 = 0.0013

Los Acimutes compensados serán:

$$\theta_A^B = 67.5320 + 0.0013 = 67.5333$$
$$\theta_B^C = 46.3272 + 0.0026 = 46.3298$$
$$\theta_C^{Ref-2} = 333.3293 + 0.0040 = 333.3333$$

(se observa alguna discrepancia con los resultados de Topcal, seguramente por utilizar este programa distinto sistema de compensación de errores angulares)

Ahora calculamos las distancias reducidas medias de los ejes:

$$D_A^B{}_{(reducida)} = \frac{D_A^B{}_{(geométrica)} * \text{sen}\,\Delta_A^B + D_B^A{}_{(geométrica)} * \text{sen}\,\Delta_B^A}{2} = \frac{436.015 + 436.005}{2} = 436.010$$
$$D_B^C{}_{(reducida)} = \frac{D_B^C{}_{(geométrica)} * \text{sen}\,\Delta_B^C + D_C^B{}_{(geométrica)} * \text{sen}\,\Delta_C^B}{2} = \frac{514.535 + 514.547}{2} = 514.541$$

Con los Acimutes compensados y las distancias medias, calculamos los Δx y los Δy:

$$\Delta x_A^B = D_A^B{}_{(reducida)} * \text{sen}\,\theta_A^B = 436.010 * \text{sen}\,67.5333 = +380.528$$
$$\Delta y_A^B = D_A^B{}_{(reducida)} * \cos\theta_A^B = 436.010 * \cos 67.5333 = +212.845$$
$$\Delta x_B^C = D_B^C{}_{(reducida)} * \text{sen}\,\theta_A^B = 514.541 * \text{sen}\,46.3298 = +342.267$$
$$\Delta y_B^C = D_B^C{}_{(reducida)} * \cos\theta_B^C = 514.541 * \cos 46.3298 = +384.195$$

Los errores lineales serán: $e_x = 722.775 - (380.528 + 342.267) = -0.020$

$e_y = 597.050 - (212.845 + 384.195) = +0.010$

Los Δx y los Δy compensados seran:

$$\Delta x_A^B = 380.528 - \frac{0.02 * 380.528}{(380.528 + 342.267)} = +380.517$$

$$\Delta x_B^C = 342.267 - \frac{0.02 * 342.267}{(380.528 + 342.267)} = +342.258$$

$$\Delta y_A^B = 212.845 + \frac{0.01 * 212.845}{(212.845 + 384.195)} = +212.849$$

$$\Delta y_A^B = 384.195 + \frac{0.01 * 384.195}{(212.845 + 384.195)} = +384.201$$

Las coordenadas X,Y de las tres estaciones serán:

$X_A = 2000$ $Y_A = 5000$

$X_B = 2000 + 380.517 = 2380.517$ $Y_B = 5000 + 212.849 = 5212.849$

$X_C = 2380.517 + 342.258 = 2722.775$ $Y_C = 5212.849 + 384.201 = 5597.050$

Los Δz entre las estaciones seran (sin tener en cuenta el efecto de la esfericidad y la refracción):

$$\Delta z_A^B = t + i - m = \frac{436.015}{\text{tg}\,100.5132} + 1.36 - 1.6 = -3.755$$

$$\Delta z_B^A = t + i - m = \frac{436.005}{\text{tg}\,99.4845} + 1.4 - 1.3 = +3.631$$

$$\Delta z_{A\,(medio)}^B = \frac{-3.755 - 3.631}{2} = -3.693$$

$$\Delta z_B^C = t + i - m = \frac{514.535}{\text{tg}\,101.011} + 1.40 - 1.6 = -8.372$$

$$\Delta z_C^B = t + i - m = \frac{514.547}{\text{tg}\,98.9070} + 1.44 - 1.8 = +8.475$$

$$\Delta z_{B\,(medio)}^C = \frac{-8.372 - 8.475}{2} = -8.423$$

El error en cotas será: $e_z = (387.884-400) - (-3.693-8.423) = 0$. Luego las cotas de las estaciones serán:

$$z_A = 400.000$$

$$z_B = 400 - 3.693 = 396.307$$

$$z_C = 396.307 - 8.423 = 387.884$$

Resolución con Topcal.

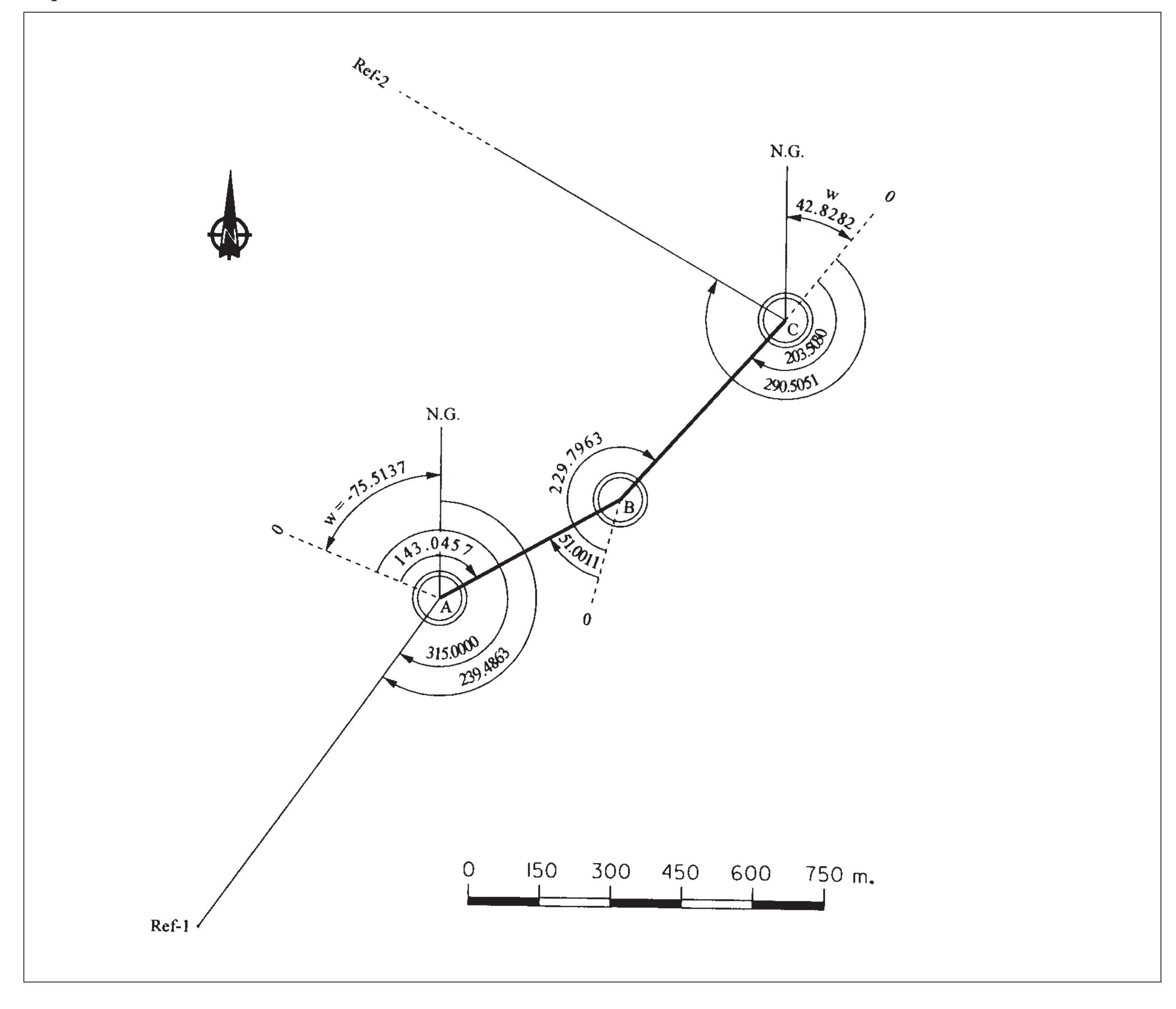
P O L I G O N A L

-NE-	NV	-H-	-V-	-DG-	-M-	-I-	-AZ-	-DR-	-DES-
3000	4000	143.0457	100.5132	436.029	1.60	1.36	67.5340	436.015	-3.742
4000	3000	51.0011	99.4845	436.019	1.30	1.40	267.5340	436.005	3.643
4000	5000	229.7963	101.0110	514.600	1.60	1.40	46.3312	514.535	-8.354
5000	4000	203.5030	98.9070	514.623	1.80	1.44	246.3312	514.547	8.493

Longitud de la poligonal 950.6
Error de cierre angular = 0.0040
Error de cierre en —X— -0.031
Error de cierre en —Y— 0.022
Error de cierre en —Z— 0.000

-NE-	-X-	-Y-	-Z-	-w-	-NOMBRE-
3000	2000.00	5000.000	400.000	324.4863	A
4000	2380.516	5212.851	396.307	216.5329	B
5000	2722.775	5597.050	387.884	42.8282	C

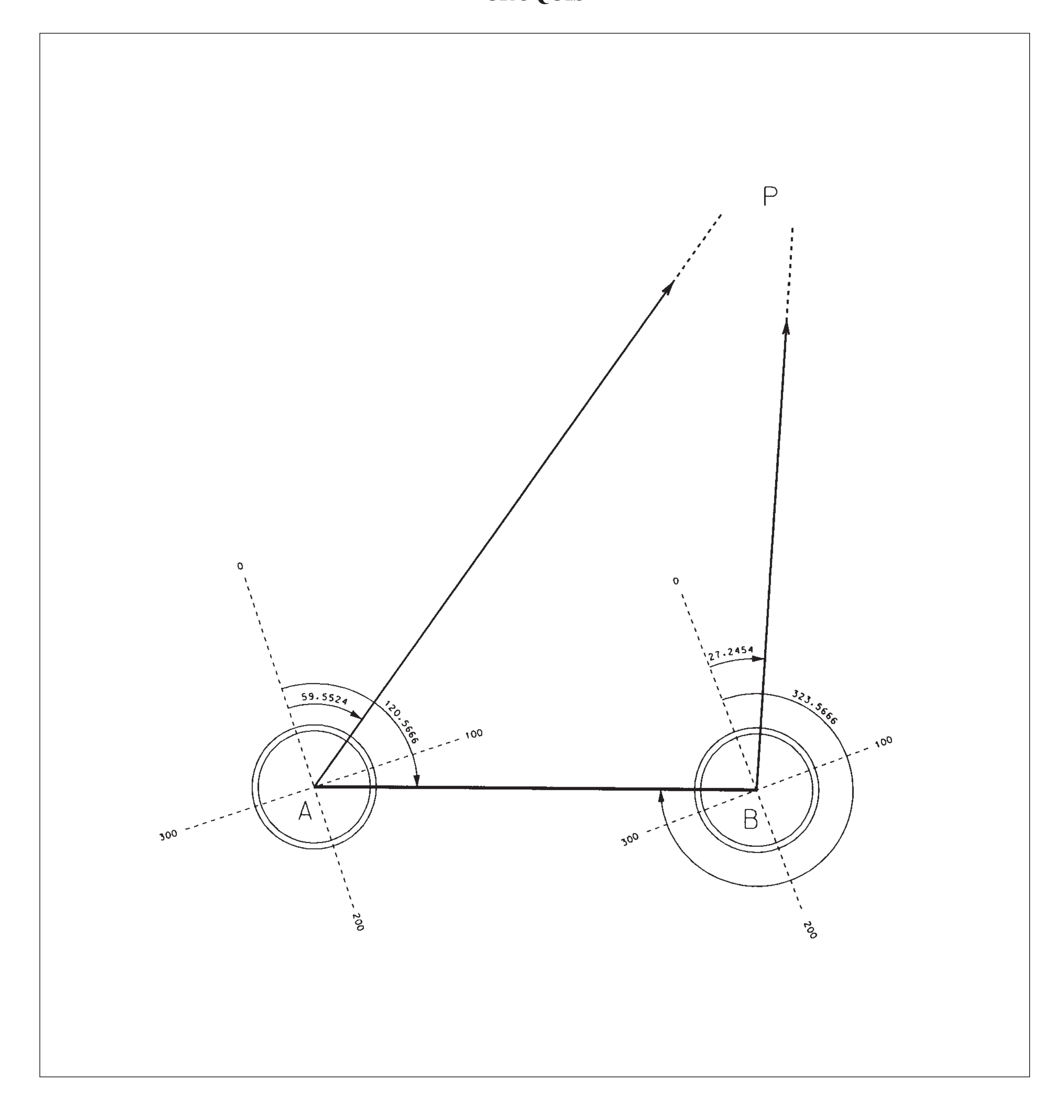
Representación.



P-5. Levantar un punto P por intersección directa, estacionando con un Teodolito en dos vértices A y B conocidos. Calcular las coordenadas planimétricas del punto P sabiendo que las de A son (100, 200) y las de B son (475, 160) y los datos tomados son:

ESTACION	PUNTO OBSERVADO	LECTURA ACIMUTAL
A	P	59.5524
	B	120.5666
B	P	27.2454
	A	323.5666

CROQUIS



Resolución.

Del triángulo formado, se conocen un lado y los dos ángulos adyacentes:

$$D_A^B = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{375^2 + 40^2} = 377.127$$
$$Angulo\ en\ A = 120.5666 - 59.5524 = 61.0142$$
$$Angulo\ en\ B = 27.2454 - 323.5666 + 400 = 103.6788$$
$$Angulo\ en\ P = 200 - 61.0142 - 103.6788 = 35.307$$
$$\overline{AP} = \overline{AB} * \frac{\text{sen}\, B}{\text{sen}\, P} = 714.953$$
$$\theta_A^B = 200 - \text{arctg}\,\frac{\Delta x}{|\Delta y|} = 200 - \text{arctg}\,\frac{375}{40} = 106.7650$$
$$\theta_A^P = \theta_A^B - A = 106.7650 - 61.0142 = 45.7508$$

Conociendo el θ y la distancia reducida de la Estacion A al punto P, calculamos:

$$\Delta x_A^P = D_A^P * \text{sen}\,\theta_A^P = 714.953 * \text{sen}\, 45.7508 = +470.704$$
$$\Delta y_A^P = D_A^P * \cos\theta_A^P = 714.953 * \cos 45.7508 = +538.141$$

$$X_P = X_A + \Delta x_A^P = 100 + 470.704 = 570.704$$
$$Y_P = Y_A + \Delta y_A^P = 200 + 538.141 = 738.141$$

Para comprobar este resultado, desde B, haríamos

$$w_B = \theta_B^A - L_B^A = 306.7650 - 323.5666 = -16.8016$$
$$\theta_B^P = L_B^P + w_B = 27.2454 - 16.8016 = 10.4438$$
$$\overline{BP} = \overline{AB} * \frac{\text{sen}\, A}{\text{sen}\, P} = 586.009$$

$$\Delta x_B^P = D_B^P * \text{sen}\,\theta_B^P = 586.009 * \text{sen}\, 10.4438 = +95.705$$
$$\Delta y_B^P = D_B^P * \cos\theta_B^P = 586.009 * \cos 10.4438 = +578.141$$

$$X_P = X_B + \Delta x_B^P = 475 + 95.705 = 570.705$$
$$Y_P = Y_B + \Delta y_B^P = 160 + 578.141 = 738.141$$

Resolución con Topcal.

CÁLCULO DE TRIANGULACIÓN

P.EST	P.VIS	OBSERV.
-1000	-2000	120.5666
-1000	1	59.5524
-2000	-1000	323.5666
-2000	1	27.2454

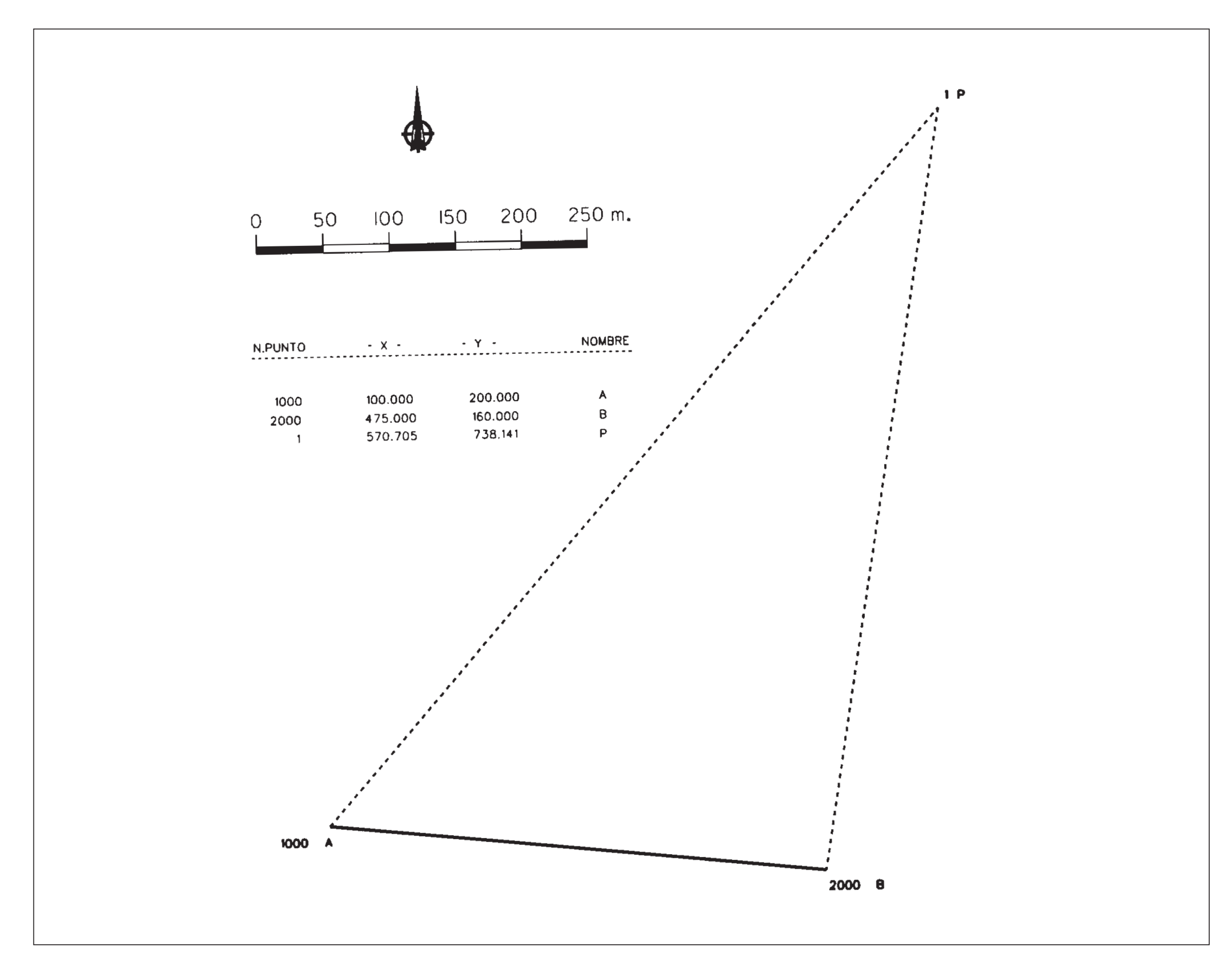
COOR. PROMEDIO 570.705 738.141

P.EST	P.VIS
-1000	1
-2000	1

COOR.X = 570.705 **COOR. Y = 738.141**

N.PUNTO	-X-	-Y-	NOMBRE
1000	100.000	200.000	A
2000	475.000	160.000	B
1	**570.705**	**738.141**	**P**

Representación gráfica.



P-6. ***Se quiere realizar un sondeo en un punto P de coordenadas desconocidas. Para determinarlas se estaciona en tres vértices cuyas coordenadas son:***

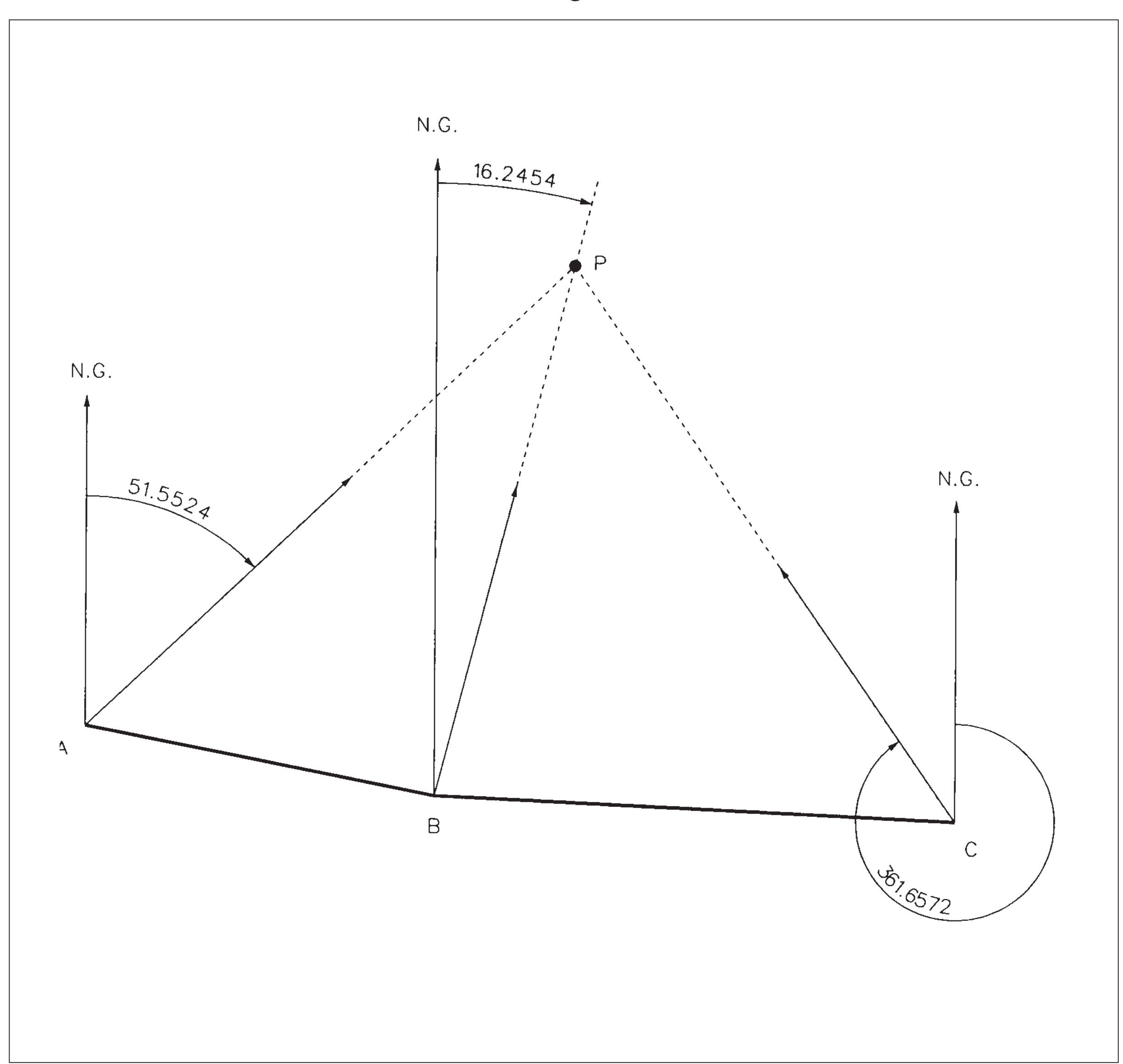
A (100 , 200) B (250 , 170) C (475 , 160)

Se realiza el trabajo con un Teodolito orientado en todo momento, siendo las lecturas tomadas sobre el Limbo Azimutal las siguientes:

A ———> P = 51,5524
B ———> P = 16,2454
C ———> P = 361,6572

Calcular las coordenadas planimétricas de "P".

CROQUIS



Resolución.

En el primer triángulo ABP:

$$\theta_A^P = 51.5524$$
$$\theta_A^B = 200 - \text{arctg}\frac{\left|\Delta x_A^B\right|}{\left|\Delta y_A^B\right|} = 200 - \text{arctg}\frac{150}{30} = 112.5666$$
$$A = 112.5666 - 51.5524 = 61.0142$$
$$\theta_B^P = 16.2454$$
$$\theta_B^A = 312.5666$$
$$B_1 = 16.2454 - 312.5666 + 400 = 103.6788$$
$$D_A^B{}_{(reducida)} = \sqrt{150^2 + 30^2} = 152.971$$
$$\frac{\overline{BP}}{\text{sen } A} = \frac{\overline{AB}}{\text{sen}(A + B_1)} \qquad \overline{BP} = 152.971 * \frac{\text{sen}\,61.0142}{\text{sen}\,164.693} = 237.698$$
$$\Delta x_B^P = D_B^P * \text{sen}\,\theta_B^P = 237.698 * \text{sen}\,16.2454 = 60$$
$$\Delta y_B^P = D_B^P * \cos\theta_B^P = 237.698 * \cos 16.2454 = 230.001$$
$$\mathbf{X_P = 250 + 60 = 310} \qquad \mathbf{Y_P = 170 + 230.001 = 400.001}$$

En el segundo triángulo BCP:

$$\theta_C^P = 361.6572$$
$$\theta_B^C = 200 - \text{arctg}\frac{\left|\Delta x_B^C\right|}{\left|\Delta y_B^C\right|} = 200 - \text{arctg}\frac{225}{10} = 102.8276$$
$$C = \theta_C^P - \theta_C^B = 361.6572 - 302.8276 = 58.8296$$
$$\theta_B^P = 16.2454$$
$$\theta_B^C = 102.8276$$
$$B_2 = 102.8276 - 16.2454 = 86.5822$$
$$D_B^C{}_{(reducida)} = \sqrt{225^2 + 10} = 225.222$$
$$\frac{\overline{BP}}{\text{sen}\,C} = \frac{\overline{BC}}{\text{sen}(C + B_2)} \qquad \overline{BP} = 225.222 * \frac{\text{sen}\,58.8296}{\text{sen}\,145.4118} = 237.697$$
$$\Delta x_B^P = D_B^P * \text{sen}\,\theta_B^P = 237.697 * \text{sen}\,16.2454 = 60$$
$$\Delta y_B^P = D_B^P * \cos\theta_B^P = 237.697 * \cos 16.2454 = 230$$
$$\mathbf{X_P = 250 + 60 = 310} \qquad \mathbf{Y_P = 170 + 230 = 400}$$

Se toman como definitivas:

X_P = 310	**Y_P = 400**

Resolución con Topcal.

CÁLCULO DE TRIANGULACIÓN

P.EST	P.VIS	OBSERV.
-1000 (A)	4000 (P)	51.5524
-2000 (B)	4000 (P)	16.2454
-3000 (C)	4000 (P)	361.6572

PUNTO 4000 (P)

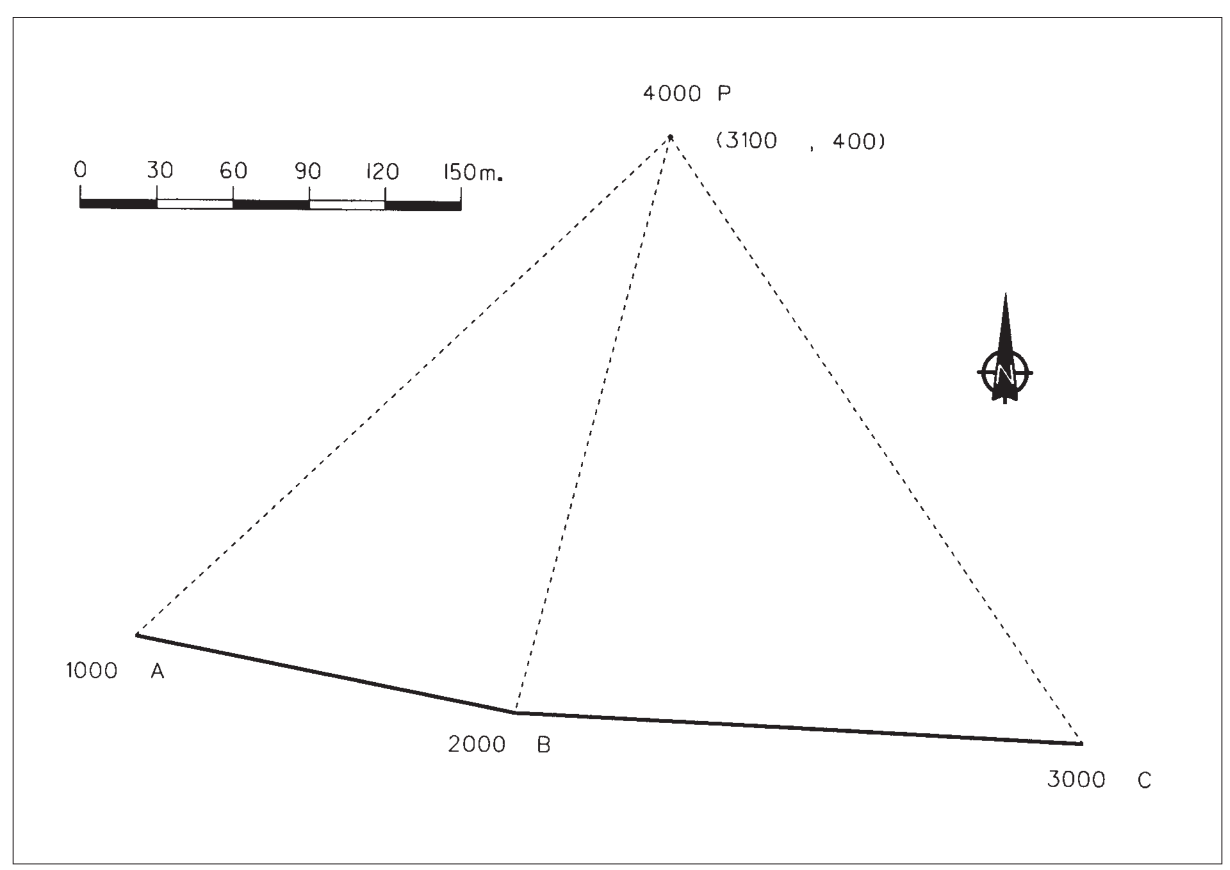
1000	2000	310.000	400.000
1000	3000	310.000	400.000
2000	3000	310.000	400.000

COOR. PROMEDIO 310.000 400.000

COOR.X = 310.000 COOR. Y = 400.000

N.PUNTO	- X -	- Y -	NOMBRE
1000	100.000	200.000	A
2000	250.000	170.000	B
3000	475.000	160.000	C
4000	**310.000**	**400.000**	**P**

Representación.



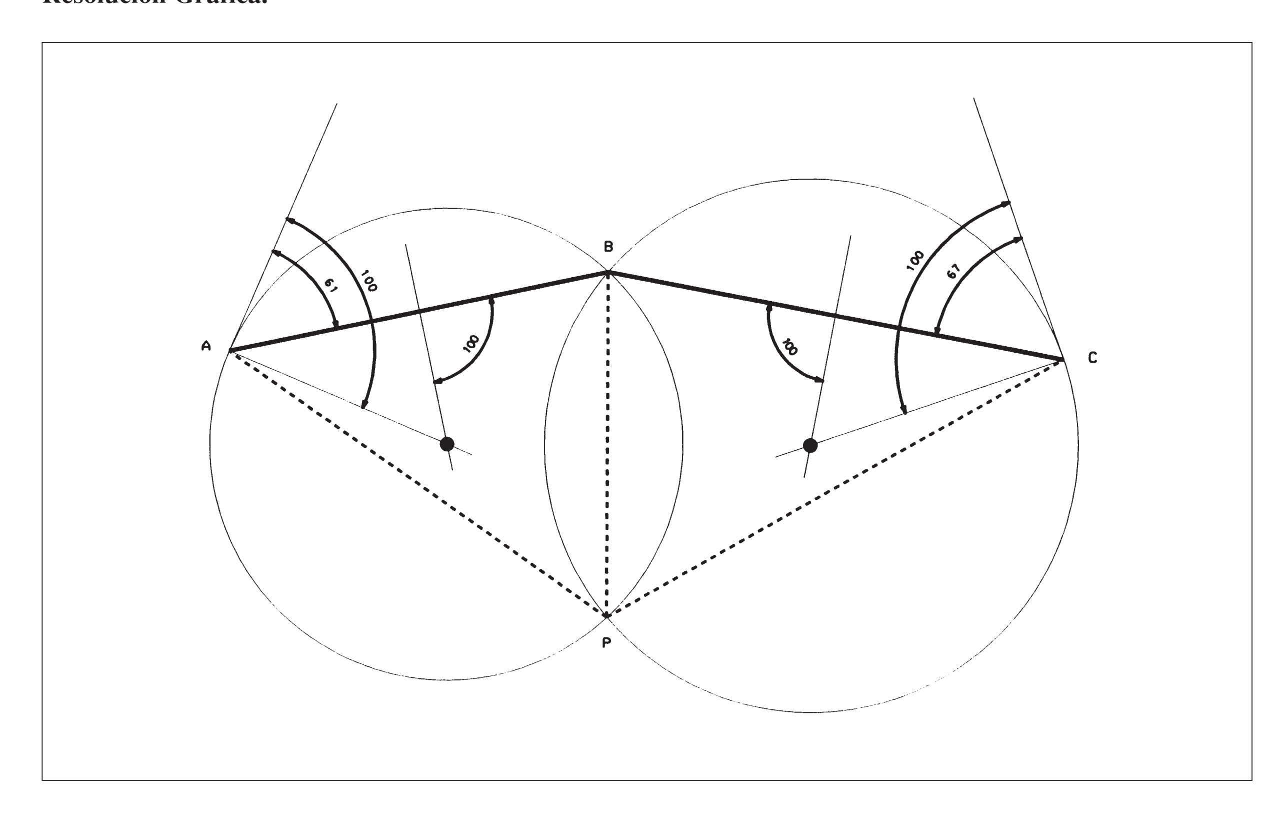
P-7. ***Se desea calcular las coordenadas planimétricas de un punto P por Intersección Inversa, observando tres vértices A. B y C con un Teodolito. Las coordenadas absolutas planimétricas de dichos vértices son:***

A (500 , 100)   B (550 , 110)   C (610 , 98)

Las lecturas realizadas sobre el limbo azimutal son:

Visual P-A = 180.45
Visual P-B = 241.45
Visual P-C = 308.45

Resolución Gráfica.



Resolución.

Primero calculamos los azimutes de los ejes definidos por los vértices:

$$\theta_A^B = ac\,\text{tg}\,\frac{\Delta x_A^B}{\Delta y_A^B} = ac\,\text{tg}\,\frac{50}{10} = 87.4334$$

$$\theta_B^C = 200 - ac\,\text{tg}\,\frac{\Delta x_B^C}{\left|\Delta y_B^C\right|} = 200 - ac\,\text{tg}\,\frac{60}{12} = 87.4334 = 112.5666$$

También podemos calcular las distancias reducidas entre los vértices:

$$D_A^B = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = 50.990 \qquad D_B^C = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = 61.188$$

y los ángulos de arco capaz de los ejes AB y BC.

$$\alpha = 241.45 - 180.45 = 61.0000 \qquad \beta = 308.45 - 241.45 = 67.0000$$

Ahora iniciamos el cálculo de los ángulos en A y en C:

$$\frac{\overline{BP}}{\text{sen}\,A} = \frac{\overline{AB}}{\text{sen}\,\alpha} \qquad \frac{\overline{BP}}{\text{sen}\,C} = \frac{\overline{BC}}{\text{sen}\,\beta}$$

$$\frac{\text{sen}\,A}{\text{sen}\,C} = \frac{\overline{BC} * \text{sen}\,\alpha}{\overline{AB} * \text{sen}\,\beta} = \frac{61.188 * \text{sen}\,61.0000}{50.990 * \text{sen}\,67.0000} = 1.1303$$

$$\frac{\text{tg}\,\frac{1}{2}(C + A)}{\text{tg}\,\frac{1}{2}(C - A)} = -16.354$$

$$B = \theta_B^A - \theta_B^C = 287.4334 - 112.5666 = 174.8668$$

$$A + C = 400 - B - \alpha - \beta = 97.1332$$

$$\text{tg}\,\frac{1}{2}(C - A) = \frac{\text{tg}\,\frac{97.1332}{2}}{-16.354} = -0.0585$$

$$(C - A) = 2 * \text{arctg} - 0.0585 = -7.4342 \qquad A = 52.2837 \qquad C = 44.8495$$

Una vez calculados estos ángulos, todos los triángulos están definidos:

$$\overline{BP} = \overline{AB} * \frac{\text{sen}\,A}{\text{sen}\,\alpha} = 45.622$$

$$\theta_B^P = \theta_B^C + \left[200 - \beta - C\right] = 200.7171$$

$$\Delta x_B^P = 45.622 * \text{sen}\,200.7171 = -0.514 \qquad X_P = 550 - 0.514 = 549.486$$

$$\Delta y_B^P = 45.622 * \cos 200.7171 = -45.619 \qquad Y_P = 110 - 45.619 = 64.381$$

Resolución con Topcal.

INTERSECIONES INVERSAS

P.EST	P.VIS	OBSERV.
1000	-1	180.4500
1000	-2	241.4500
1000	-3	308.4500

PUNTO 1000

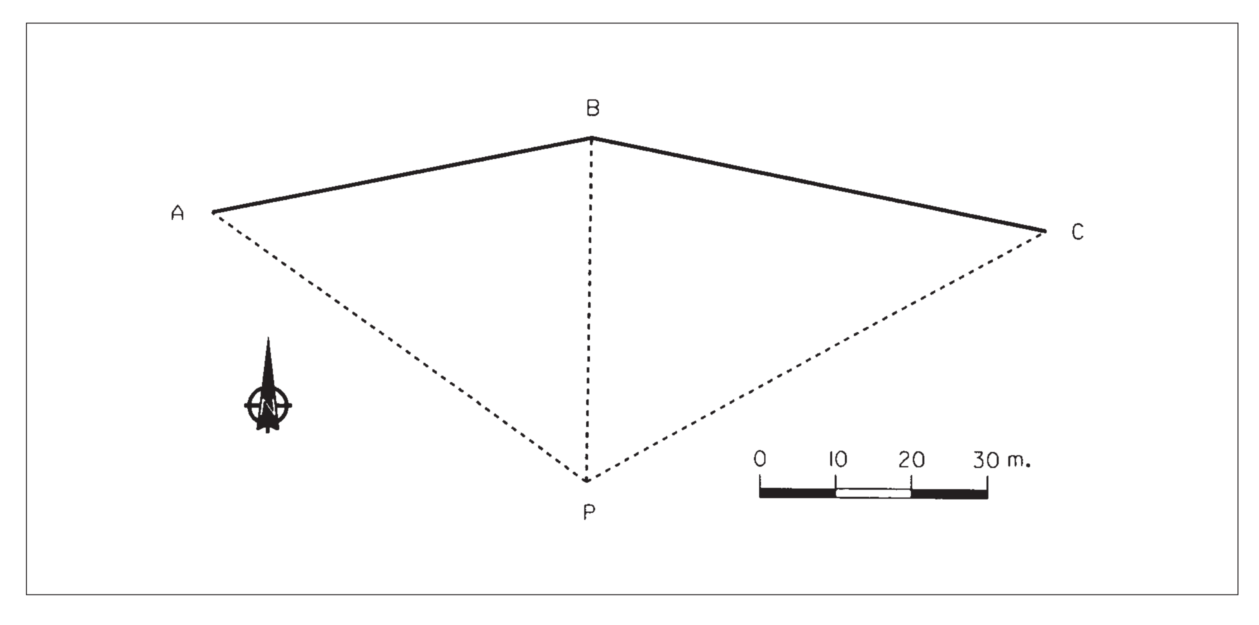
COORD. PROMEDIO 549.486 64.381

P.EST	P.VIS	OBSERV.
1000	1	180.4500
1000	2	241.4500
1000	3	308.4500

COOR.X = 549.486 COOR. Y =64.381

N. PUNTO	- X -	- Y -	NOMBRE
1	500.000	100.000	A
2	550.000	110.000	B
3	610.000	98.000	C
1000	**549.486**	**64.381**	**P**

Representación.



P-8. ***En una finca agrícola, se quiere construir un pozo en un punto P de coordenadas desconocidas. Desde este punto, se ven perfectamente otros tres A, B y C, de los cuales conocemos su posición mediante las siguientes relaciones:***

$X_A = 500$ $\qquad Y_A = 1000$

$\theta_A^B = 76.8284$ $\qquad D_A^B{}_{(reducida)} = 112.361$

$\theta_A^C = 93.6863$ $\qquad D_A^C{}_{(reducida)} = 201.993$

Estacionando con un Teodolito en P, se obtuvieron las siguientes lecturas acimutales:

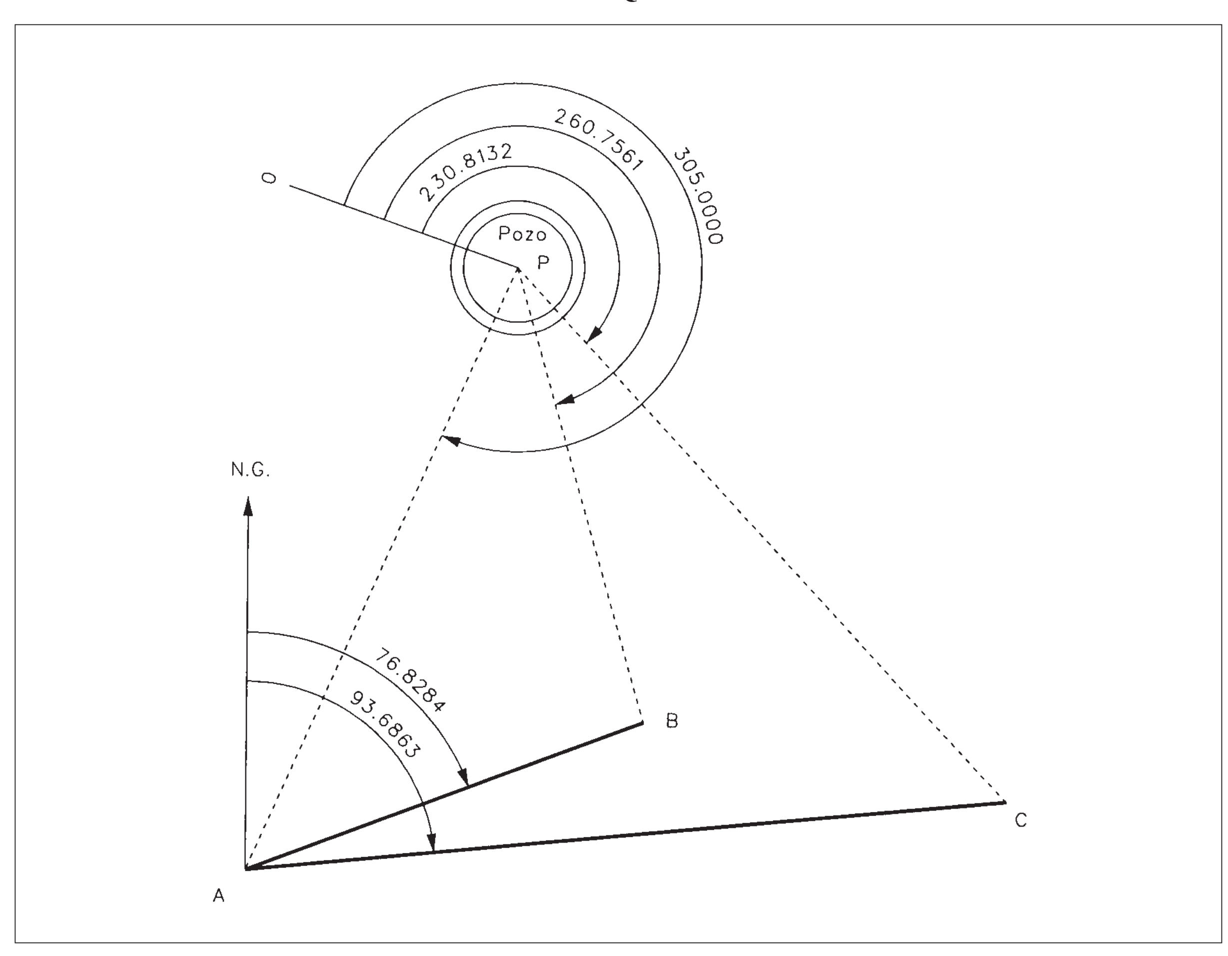
$L_P^A = 305.000$

$L_P^B = 260.7561$

$L_P^C = 230.8132$

Calcular las coordenadas planimétricas del Pozo.

CROQUIS



Resolución.

Los ángulos de arco capaz de los ejes AB y BC, serán:

$$\alpha = 305.0000 - 260.7561 = 44.2439$$
$$\beta = 260.7561 - 230.8132 = 29.9429$$

Ahora iniciamos el cálculo de los ángulos en A y en C:

$$D_A^B\,(reducida) = 112.361$$
$$D_B^C\,(reducida) = \sqrt{112.361^2 + 201.993^2 - 2 * 112.361 * 201.993 * \cos(93.6863 - 76.8284)}$$
$$D_B^C\,(reducida) = 98.062$$

$$\Delta x_A^B = 112.361 * \text{sen}\,76.8284 = 105$$
$$\Delta x_A^C = 201.993 * \text{sen}\,93.6863 = 201$$
$$\Delta y_A^B = 112.361 * \cos 76.8284 = 40$$
$$\Delta y_A^C = 201.993 * \cos 93.6863 = 20$$

$$X_B = 500 + 105 = 605 \qquad Y_B = 1000 + 40 = 1040$$
$$X_C = 500 + 201 = 701 \qquad Y_C = 1000 + 20 = 1020$$
$$\theta_B^C = 200 - \text{arctg}\frac{|\Delta x|}{|\Delta y|} = 200 - \text{arctg}\frac{96}{20} = 113.0759$$
$$\frac{\overline{BP}}{\text{sen}\,A} = \frac{\overline{AB}}{\text{sen}\,\alpha} \qquad \frac{\overline{BP}}{\text{sen}\,C} = \frac{\overline{BC}}{\text{sen}\,\beta}$$
$$\frac{\text{sen}\,A}{\text{sen}\,C} = \frac{\overline{BC} * \text{sen}\,\alpha}{\overline{AB} * \text{sen}\,\beta} = \frac{98.062 * \text{sen}\,44.2439}{112.361 * \text{sen}\,29.9429} = 1.2332$$
$$\frac{\text{tg}\,\frac{1}{2}(C + A)}{\text{tg}\,\frac{1}{2}(C - A)} = -9.5761$$
$$B = \theta_B^C - \theta_B^A = 113.0759 - 276.8284 + 400 = 236.2475$$
$$A + C = 400 - B - \alpha - \beta = 89.5657$$
$$\text{tg}\,\frac{1}{2}(C - A) = \frac{\text{tg}\,\frac{89.5657}{2}}{-9.5761} = -0.08857$$

$(C - A) = 2 * \text{arctg} - 0.08857 = -11.2483$ **A = 50.4070** **C = 39.1587**

Una vez calculados estos ángulos, los dos triángulos están definidos:

$$\overline{BP} = \overline{AB} * \frac{\text{sen } A}{\text{sen } \alpha} = 124.861$$

$$\theta_B^P = \theta_B^C - (200 - C - \beta) + 400 = 113.0759 - 130.8984 + 400 = 382.1775$$

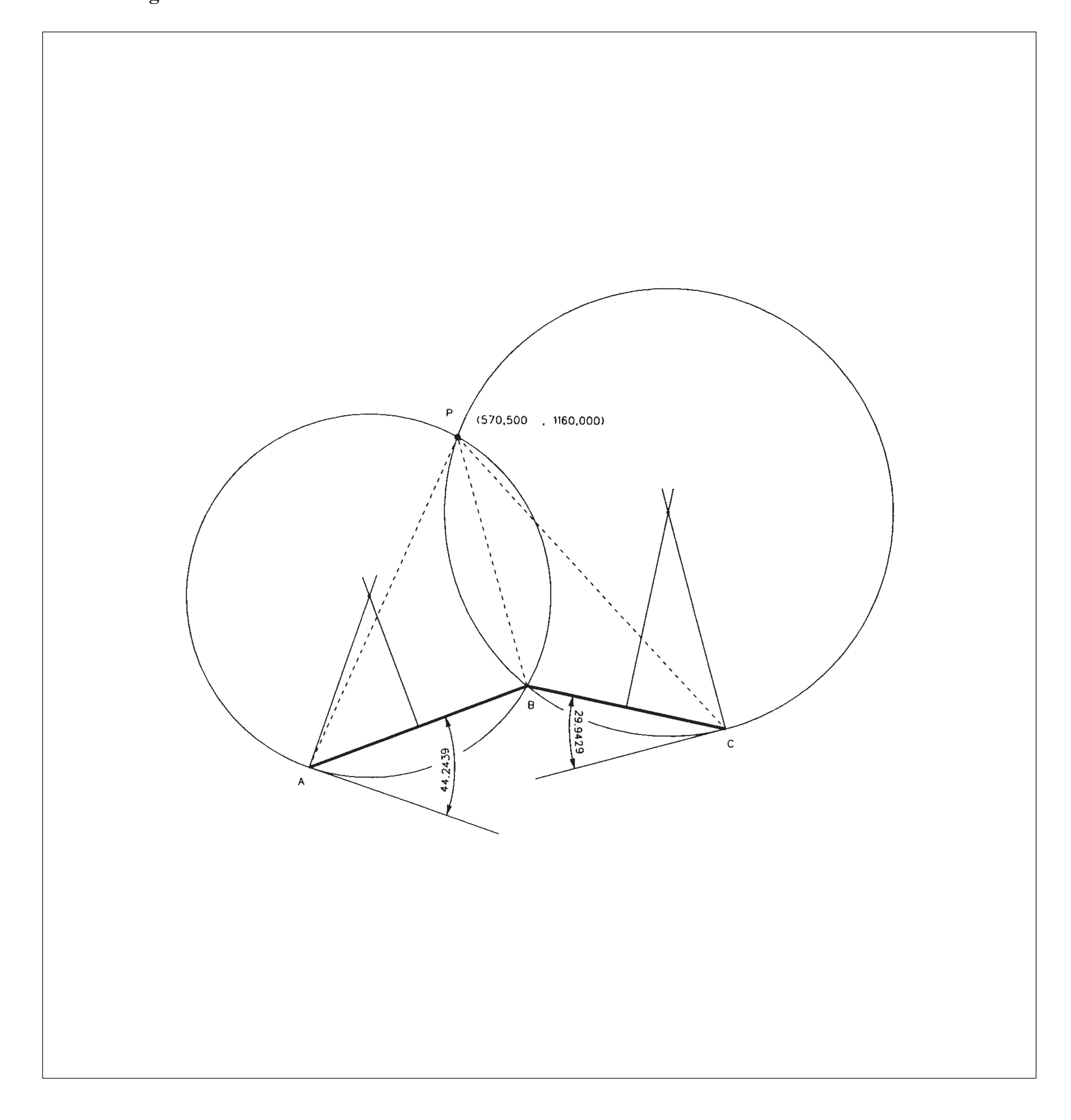
$$\Delta x_B^P = 124.861 * \text{sen } 382.1775 = -34.501$$

$$\Delta y_B^P = 124.861 * \cos 382.1775 = +120$$

$$\mathbf{X_P = 605 - 34.501 = 570.499}$$

$$\mathbf{Y_P = 1040 + 120 = 1160}$$

Resolución gráfica.



Resolución con Topcal.

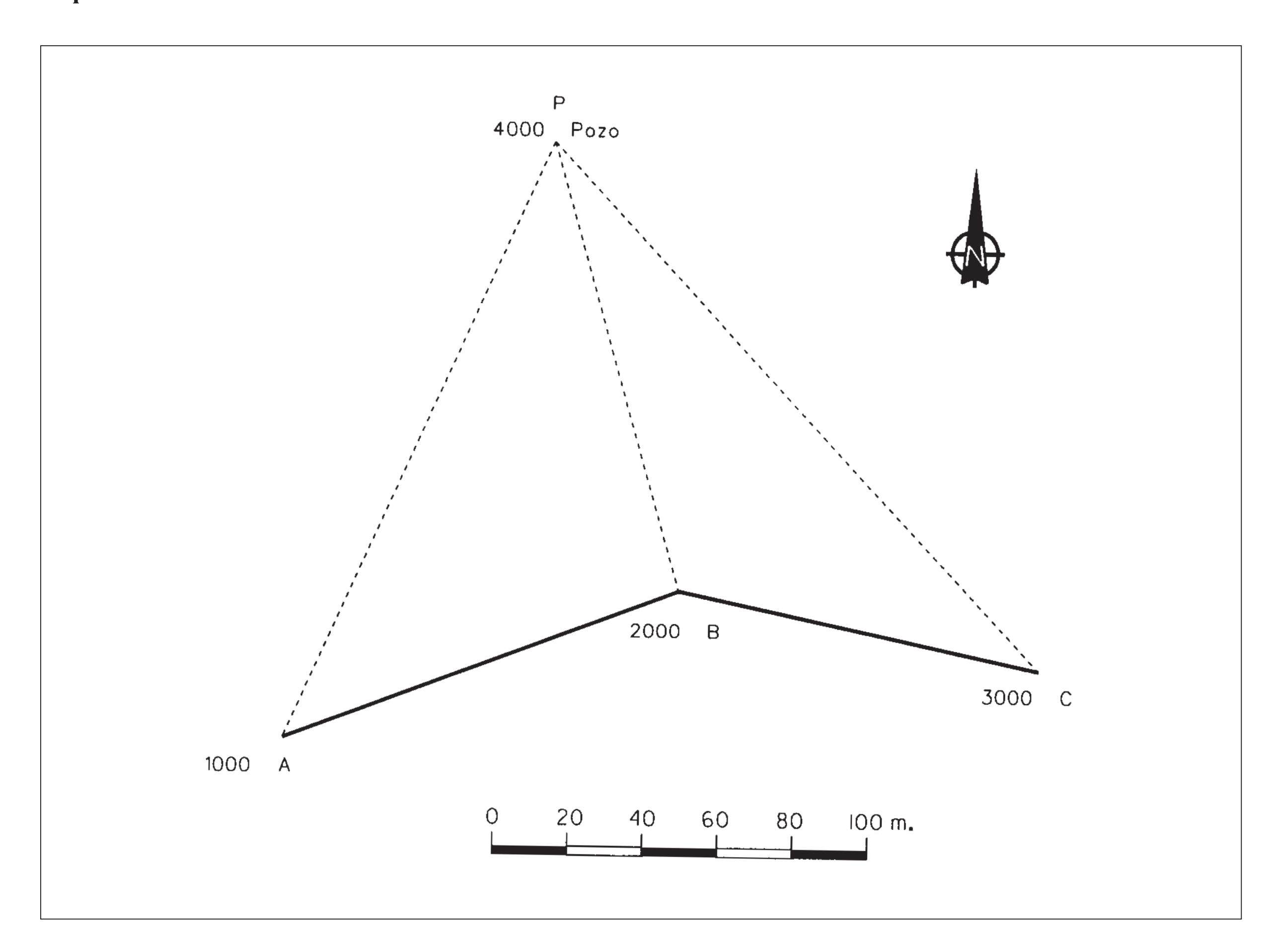
INTERSECCIONES INVERSAS

P.EST	P.VIS	OBSERV.
4000 (P)	-1000 (A)	305.0000
4000 (P)	-2000 (B)	260.7561
4000 (P)	-3000 (C)	230.8132

COOR.X =570.500 COOR. Y =1160.000

N. PUNTO	- X -	- Y -	NOMBRE
1000 (A)	500.000	1000.000	A
2000 (B)	605.000	1040.000	B
3000 (C)	701.000	1020.000	C
4000 (P)	570.500	1160.000	P

Representación.



P-9. ***Se quiere conocer la posición exacta de un punto M, lugar donde se piensa instalar una antena de un receptor fijo GPS. Utilizando un Teodolito con apreciación de segundo centesimal, se observa a tres vértices de coordenadas perfectamente conocidas y que son:***

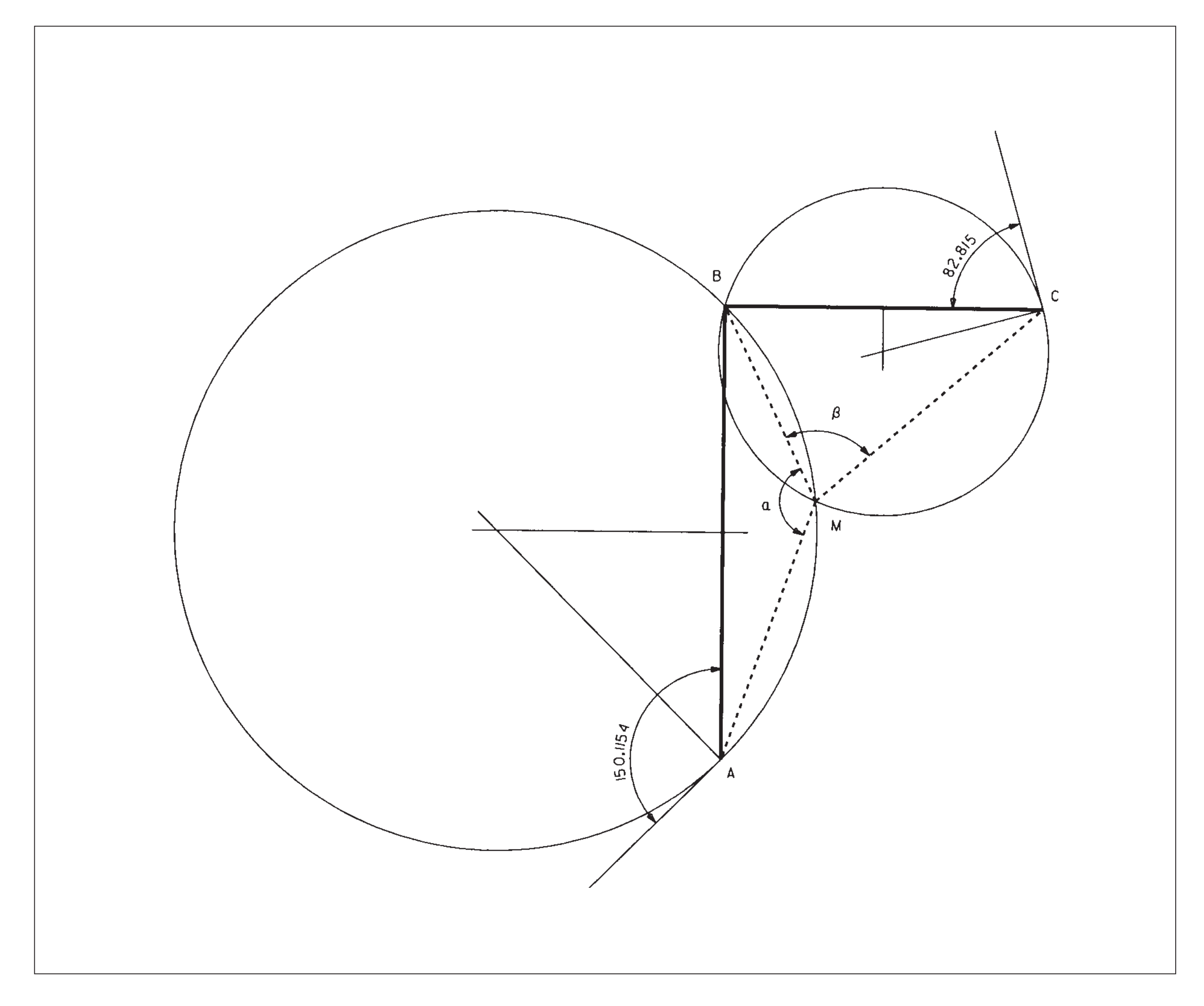
A(10.000,00 ; 7.768,60) B(10.000,00 ; 10.000,00) C(11.555,50 ; 10.000,00)

Se tomaron los siguientes datos: (altura del instrumento = 1.60 m.)

(cota de A=435.265)

ESTACION	PUNTO VISADO	LECTURA ACIMUTAL	m (metros)	distancia cenital
M	A	61.1721	2.1	99.2015
M	B	211.2875		
M	C	294.1025		

CROQUIS



Resolución.

Primero calculamos los ángulos de arco capaz, por medio de las lecturas acimutales desde la estación a los vértices:

$$\alpha = 211.2875 - 61.1721 = 150.1154$$
$$\beta = 294.1025 - 211.2875 = 82.815$$
$$\overline{AB} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{2231.4^2} = 2231.4$$
$$\overline{BC} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{2231.4^2} = 1555.5$$
$$\theta_A^B = \text{arctg } 0 = 0.0000 \qquad \theta_B^A = 200.0000$$
$$\theta_B^C = \text{arctg } \frac{1555.5}{0} = \text{arctg } \infty = 100.0000$$
$$Angulo\ en\ B = \theta_B^A - \theta_B^C = 200 - 100 = 100.0000$$

Operando en ambos triángulos, se tiene:

$$\overline{MB} = \overline{AB} * \frac{\text{sen} A}{\text{sen}\alpha} = \overline{BC} * \frac{\text{sen} C}{\text{sen}\beta}$$
$$\frac{\text{sen} C}{\text{sen} A} = \frac{\overline{AB} * \text{sen}\beta}{\overline{BC} * \text{sen}\alpha} = \frac{2231.4 * \text{sen } 82.815}{1555.5 * \text{sen} 150.1154} = 1.9588$$
$$A + C + B + \alpha + \beta = 400 \qquad A + C = 400 - 150.1154 - 82.815 - 100 = 67.0696$$
$$\frac{\text{tg}\frac{A+C}{2}}{\text{tg}\frac{A-C}{2}} = \frac{1 + 1.9588}{1 - 1.9588} = -3.0859 \qquad \text{tg}\frac{A-C}{2} = \frac{\text{tg} 33.5348}{-3.0859} = -0.18846$$
$$A - C = 2 * \text{arctg}(-0.18846) = -23.7175$$
$$A = \frac{67.0696 - 23.7175}{2} = 21.6761 \qquad C = \frac{67.0696 + 23.7175}{2} = 45.3936$$
$$\theta_A^M = \theta_A^B + A = 0 + 21.6761 = 21.6761$$
$$\frac{\overline{AM}}{\text{sen}(A+\alpha)} = \frac{\overline{AB}}{\text{sen}\,\alpha} \qquad \overline{AM} = \overline{AB} * \frac{\text{sen}(A+\alpha)}{\text{sen}\alpha} = 2231.4 * \frac{\text{sen} 171.7915}{\text{sen} 150.1154} = 1355.425$$
$$\Delta x_A^M = \overline{AM} * \text{sen}\theta_A^M = 1355.425 * \text{sen } 21.6761 = +452.639$$
$$\Delta y_A^M = \overline{AM} * \cos\theta_A^M = 1355.425 * \cos 21.6761 = +1277.613$$

Las coordenadas X, Y, Z del punto M serán:

$$X_M = X_A + \Delta x_A^M = 10000 + 452.639 = \mathbf{10452.639}$$
$$Y_M = Y_A + \Delta y_A^M = 7768.60 + 1277.613 = \mathbf{9046.213}$$
$$\Delta z_M^A = (t + i - m) + (6.6 * 10^{-8} * \overline{AM}^2) = \frac{1355.425}{\text{tg } 99.2015} + 1.6 - 2.1 + 0.121 = 16.623$$
$$Z_M = 435.265 - 16.623 = \mathbf{418.642}$$

Resolución con TOPCAL.

INTERSECCIONES INVERSAS

P.EST	P.VIS	OBSERV.
1000	-1	61.1721
1000	-2	211.2875
1000	-3	294.1025

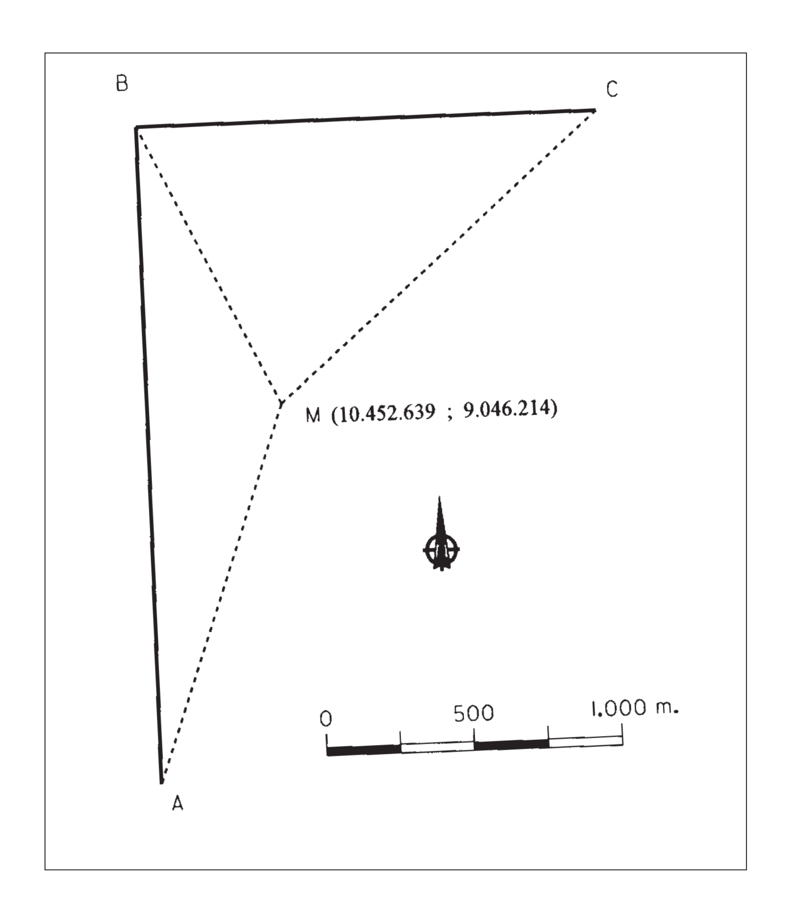
PUNTO 1000 (M)

COORD. PROMEDIO 10452.639 9046.215

COOR.X = 10452.639 COOR. Y = 9046.215

N. PUNTO	- X -	- Y -	NOMBRE
1	10000.000	7768.600	A
2	10000.000	10000.000	B
3	11555.500	10000.000	C
1000	**10452.639**	**9046.21**	**M**

Representación.



P-10. ***Una explotación ganadera se asienta sobre una finca definida por cuatro vértices, denominados A, B, C y D.***

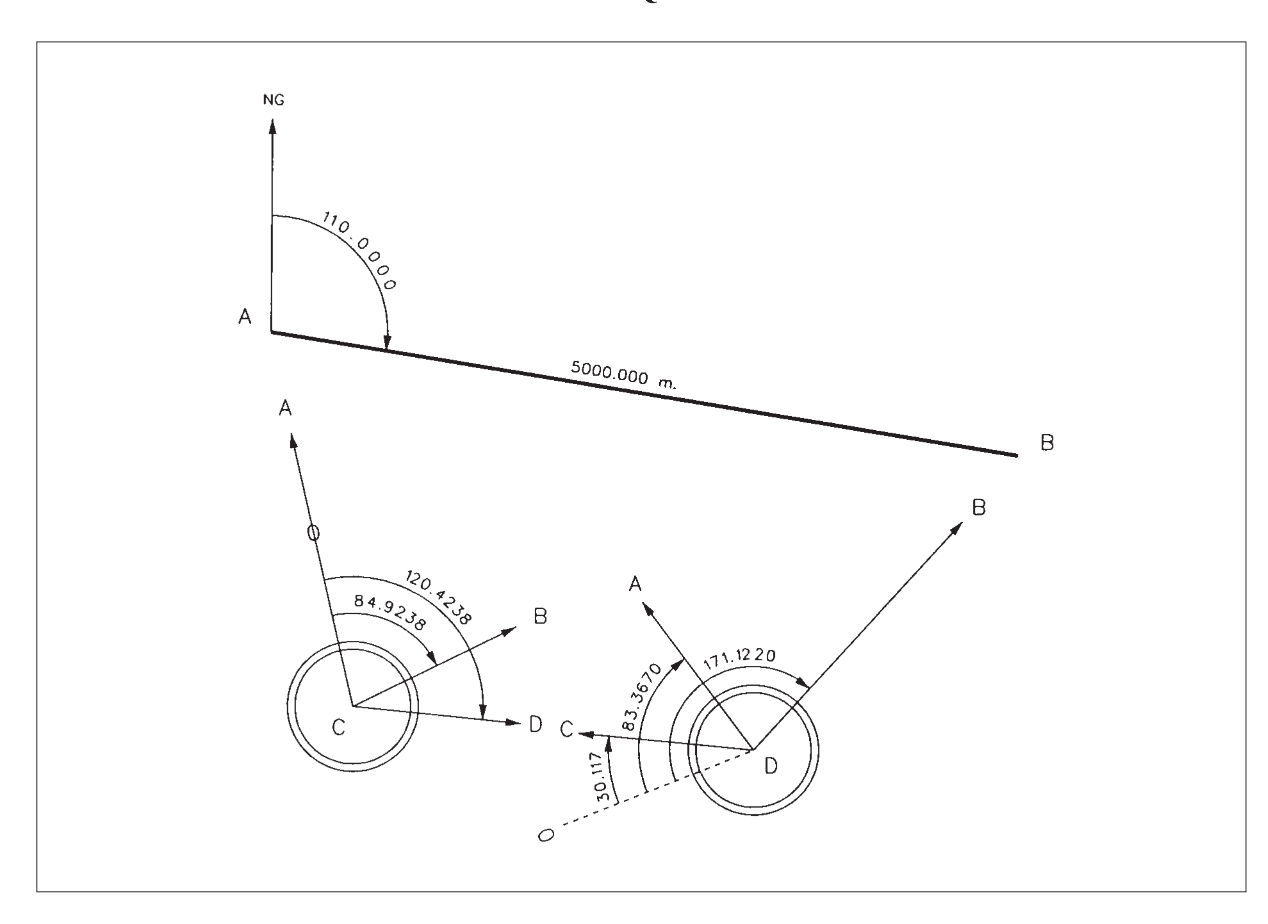
Los vértices A y B coinciden con vértices geodésicos y se sabe que la distancia entre ellos es de 5 Km. exactamente y que el acimut de A a B es 110.00 grados centesimales. Las coordenadas (x, y) del vértice A son (10000 ; 10000).

Los vértices C y D tienen coordenadas planimétricas desconocidas y para determinarlas se estacionó con un Teodolito de segundos en ambos vértices, tomándose la siguiente libreta de campo:

ESTACION	PUNTO VISADO	Lectura Acimutal (grados centesimales)
C	A	0.0038
	B	84.9238
	D	120.4238
D	B	171.1220
	C	30.1170
	A	83.3670

Calcular las coordenadas planimétricas de los vértices B, C y D.

CROQUIS



Resolución.

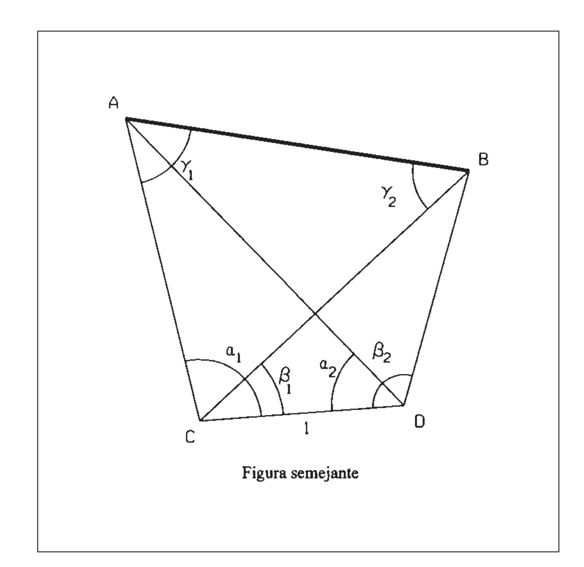


Figura semejante

$\alpha_1 = L_C^D - L_C^A = 120.4238 - 0.0038 = 120.42$

$\alpha_2 = L_D^A - L_D^C = 83.3670 - 30.1170 = 53.25$

$\beta_1 = L_C^D - L_C^B = 120.4238 - 84.9238 = 35.5000$

$\beta_2 = L_D^B - L_D^C = 171.1220 - 30.1170 = 141.005$

En la figura semejante:

$$\frac{\overline{AC}}{\operatorname{sen}\alpha_2} = \frac{\overline{AD}}{\operatorname{sen}\alpha_1} = \frac{1}{\operatorname{sen}(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

$$\overline{AC} = \frac{\operatorname{sen} 53.2500}{\operatorname{sen} 173.6700} = 1.8469 \qquad \overline{AD} = \frac{\operatorname{sen} 120.4200}{\operatorname{sen} 173.6700} = 2.3613$$

$$\frac{\overline{BC}}{\operatorname{sen}\beta_2} = \frac{\overline{BD}}{\operatorname{sen}\beta_1} = \frac{1}{\operatorname{sen}(\beta_1 + \beta_2)}$$

$$\overline{BC} = \frac{\operatorname{sen} 141.005}{\operatorname{sen} 176.505} = 2.2167 \qquad \overline{BD} = \frac{\operatorname{sen} 35.5000}{\operatorname{sen} 176.505} = 1.4669$$

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - 2 * \overline{AC} * \overline{BC} * \cos(\alpha_1 - \beta_1)} = 2.5305$$

$$\frac{\overline{AB}}{\operatorname{sen}(\alpha_1 - \beta_1)} = \frac{\overline{AC}}{\operatorname{sen}\gamma_2} = \frac{\overline{BC}}{\operatorname{sen}\gamma_1}$$

$$\gamma_1 = \operatorname{arcsen}\left[\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} * \operatorname{sen}(\alpha_1 - \beta_1)\right]$$

$$\gamma_1 = \operatorname{arcsen} 0.8515 = \mathbf{64.8655}$$

$$\gamma_2 = 200 - [\gamma_1 + (\alpha_1 - \beta_1)] = \mathbf{50.2145}$$

En la realidad:

$$D_A^B = 5000m.$$

$$D_C^D = \frac{5000}{2.5305} = \mathbf{1975.924} \qquad D_A^C = 1.8469 * 1975.924 = \mathbf{3649.332}$$

$\Delta x_A^B = D_{(reducida)} * \text{sen}\,\theta_A^B = 5000 * \text{sen}\,110.00 = +4938.442$

$\Delta y_A^B = D_{(reducida)} * \cos\theta_A^B = 5000 * \cos 110.00 = -782.172$

$X_B = 10000 + 4938.442 = \mathbf{14938.442}$

$Y_B = 10000 - 782.172 = \mathbf{9217.828}$

$\theta_A^C = \theta_A^B + \gamma_1 = 110.0000 + 64.8655 = 174.8655$

$\Delta x_A^C = D_{(reducida)} * \text{sen}\,\theta_A^C = 3649.332 * \text{sen}\,174.8655 = +1403.659$

$\Delta y_A^C = D_{(reducida)} * \cos\theta_A^C = 3649.332 * \cos 174.8655 = -3368.585$

$X_C = 10000 + 1403.659 = \mathbf{11403.659}$

$Y_C = 10000 - 3368.585 = \mathbf{6631.415}$

$\theta_C^D = \theta_C^A + \alpha_1 = 374.8655 + 120.4200 = 95.2855$

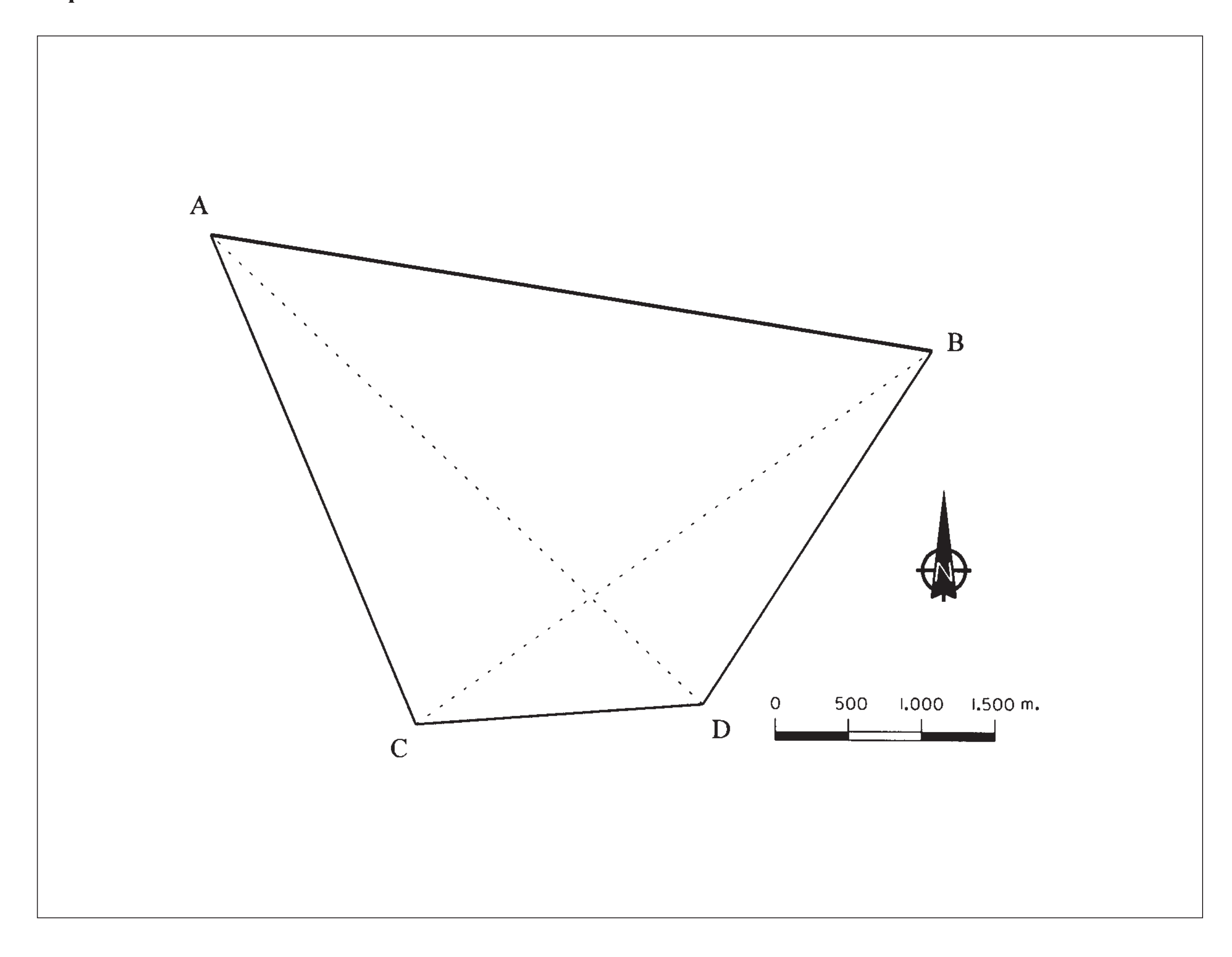
$\Delta x_C^D = D_{(reducida)} * \text{sen}\,\theta_C^D = 1975.924 * \text{sen}\,95.2855 = 1970.508$

$\Delta y_C^D = D_{(reducida)} * \cos\theta_C^D = 1975.924 * \cos 95.2855 = 146.194$

$X_D = 11403.659 + 1970.508 = \mathbf{13374.167}$

$Y_D = 6631.415 + 146.194 = \mathbf{6777.609}$

Representación.

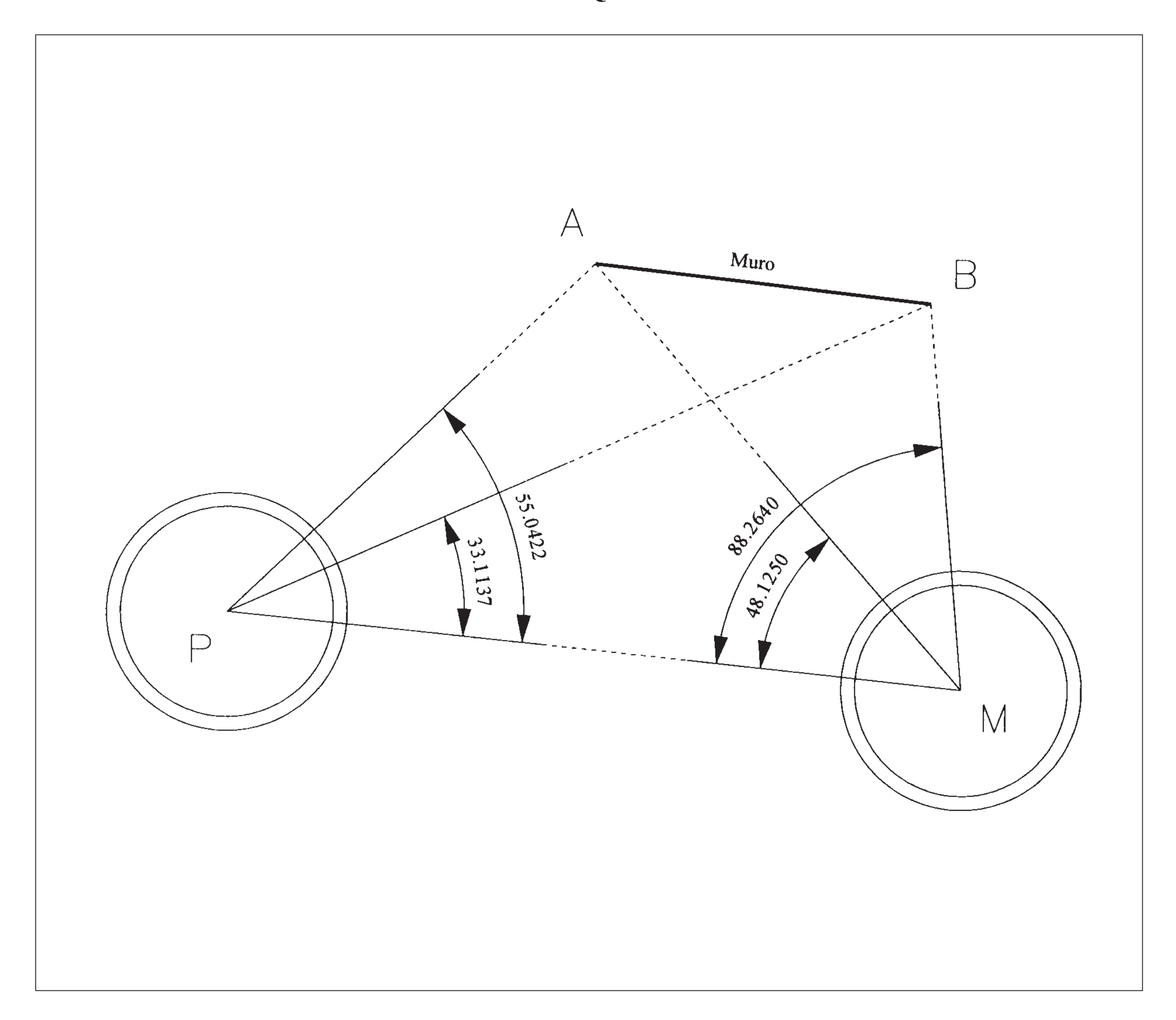


P-11. ***Se quiere replantear una alineación paralela a un muro AB (que es un límite de finca) a partir de un punto P. Se dispone sólamente de un Teodolito y no se tiene ninguna forma de medir distancias. Para ello se sitúa un punto M, tal que la dirección PM sea aproximadamente paralela al muro y se estaciona con el Teodolito en ambos puntos P y M, tomando las siguientes lecturas acimutales:***

Estación	Punto visado	Lectura Horizontal
P	M	0.0027
	A	344.9605
	B	366.8890
M	P	399.9950
	A	48.1200
	B	88.2590

Calcular el ángulo que forma la alineación PM con la dirección buscada.

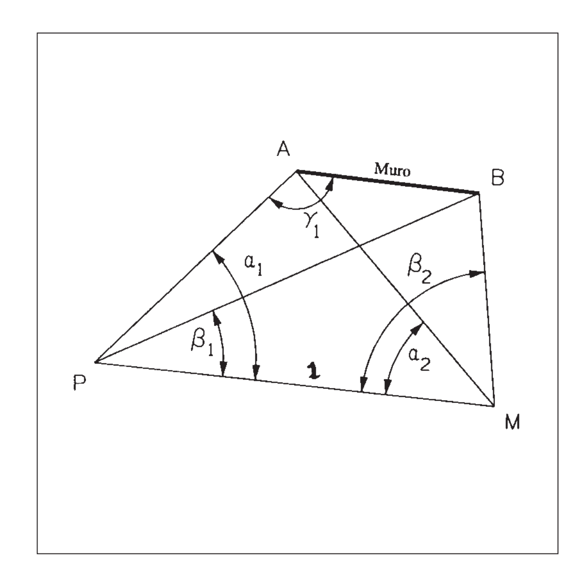
CROQUIS



Resolución.

Observamos que el planteamiento es muy similar a una intersección inversa tipo Hansen, en la que sólo intervienen ángulos.

Construyendo una figura semejante en la que PM tuviera una longitud igual a 1, se tendría:



Ecuación 1

$\alpha_1 = L_P^M - L_P^A = 0.0027 - 344.9605 = 55.0422$

$\alpha_2 = L_M^A - L_M^P = 48.1200 - 399.9950 = 48.1250$

$\beta_1 = L_P^M - L_P^B = 0.0027 - 366.8890 = 33.1137$

$\beta_2 = L_M^B - L_M^P = 88.2590 - 399.9950 = 88.2640$

En la figura semejante:

$$\frac{\overline{AP}}{\text{sen}\,\alpha_2} = \frac{\overline{AM}}{\text{sen}\,\alpha_1} = \frac{1}{\text{sen}\,(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

$$\overline{AP} = \frac{\text{sen}\,48.1250}{\text{sen}\,103.1672} = 0.6868 \qquad \overline{AM} = \frac{\text{sen}\,55.0422}{\text{sen}\,103.1672} = 0.7618$$

$$\frac{\overline{BP}}{\text{sen}\,\beta_2} = \frac{\overline{BM}}{\text{sen}\,\beta_1} = \frac{1}{\text{sen}\,(\beta_1 + \beta_2)}$$

$$\overline{BP} = \frac{\text{sen}\,88.2640}{\text{sen}\,121.3777} = 1.0412 \qquad \overline{BM} = \frac{\text{sen}\,33.1137}{\text{sen}\,121.3777} = 0.5264$$

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 - 2 * \overline{AP} * \overline{BP} * \cos(\alpha_1 - \beta_1)} = 0.45782$$

$$\frac{\overline{AB}}{\text{sen}\,(\alpha_1 - \beta_1)} = \frac{\overline{AP}}{\text{sen}\,\gamma_2} = \frac{\overline{BP}}{\text{sen}\,\gamma_1}$$

$$\gamma_1 = \text{arcsen}\left[\frac{\overline{BP}}{\overline{AB}} * \text{sen}\,(\alpha_1 - \beta_1)\right] = 200 - 55.7474 = 144.2526$$

La paralela por P, debe formar un ángulo con PA de 200 - 144.2526 = 55.7474

Como PM forma un ángulo con PA de α_1=55.0422, la diferencia entre ambos es el ángulo que nos piden:

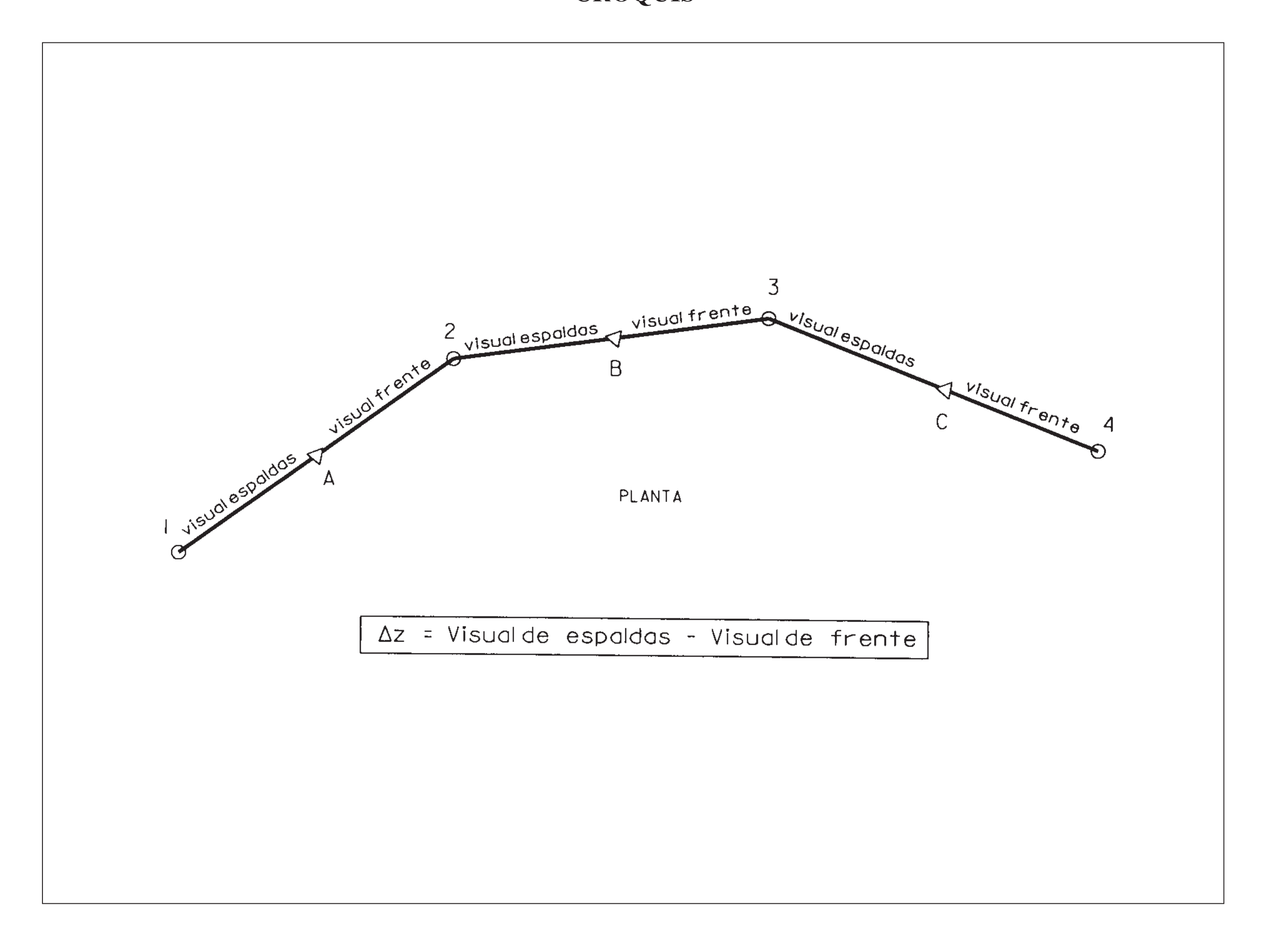
δ= 55.7474 - 55.0422 = **0.7052**

P-12. ***Se realizó una nivelación geométrica del eje de un camino por el método del punto medio, entre sus extremos 1 y 4, obteniéndose la siguiente libreta de campo:***

ESTACION	PUNTO	Lectura de Espalda (mm.)	Lectura de Frente (mm.)
A	1	1897	
A	2		1876
B	2	2098	
B	3		1098
C	3	1138	
C	4		1876

Se sabe que el desnivel verdadero entre 1 y 4 es de 25 cm. Calcular cuánto habría que subir o bajar cada punto para que la rasante del nuevo camino a construir, que será totalmente llano, quede a 0.5 metros por encima del punto 1.

CROQUIS



Resolución.

Primero calculamos el desnivel medido entre cada uno de los puntos 1, 2, 3 y 4:

$$\Delta z_1^2 = Visual_{espaldas} - Visual_{frente} = 1897 - 1876 = 21\,mm.$$
$$\Delta z_2^3 = Visual_{espaldas} - Visual_{frente} = 2098 - 1098 = 1000\,mm$$
$$\Delta z_3^4 = Visual_{espaldas} - Visual_{frente} = 1138 - 1876 = -738\,mm$$
$$\sum \Delta z = 283\,mm.$$

Como el desnivel calculado no coincide con el desnivel real entre el punto 1 y 4, la diferencia es el error y dicho error habrá que compensarlo.

$$Error_z = desnivel\ verdadero - desnivel\ calculado = 250 - 283 = -33mm.$$

Este error habrá que compensarlo entre los tres tramos del eje del camino:

$$\Delta z_{compensado} = \Delta z_{calculado} - \frac{|error_z|}{\sum |\Delta z|} * |\Delta z_{calculado}|$$
$$\Delta z_{1\,compensado}^2 = 21 - \frac{33}{1759} * 21 = 21mm.$$
$$\Delta z_{2\,compensado}^3 = 1000 - \frac{33}{1759} * 1000 = 981mm.$$
$$\Delta z_{3\,compensado}^4 = -738 - \frac{33}{1759} * 738 = -752mm.$$

Comprobacion

$$\Delta z_1^4 = 21 + 981 - 752 = 250mm.$$

En el punto 1 la rasante tendrá que elevarse **0.5 metros**, según el enunciado.

El punto 2 está a 21 mm. por encima del punto 1, por lo que la rasante en ese punto deberá quedar a 500-21 = **479 mm** por encima del punto 2.

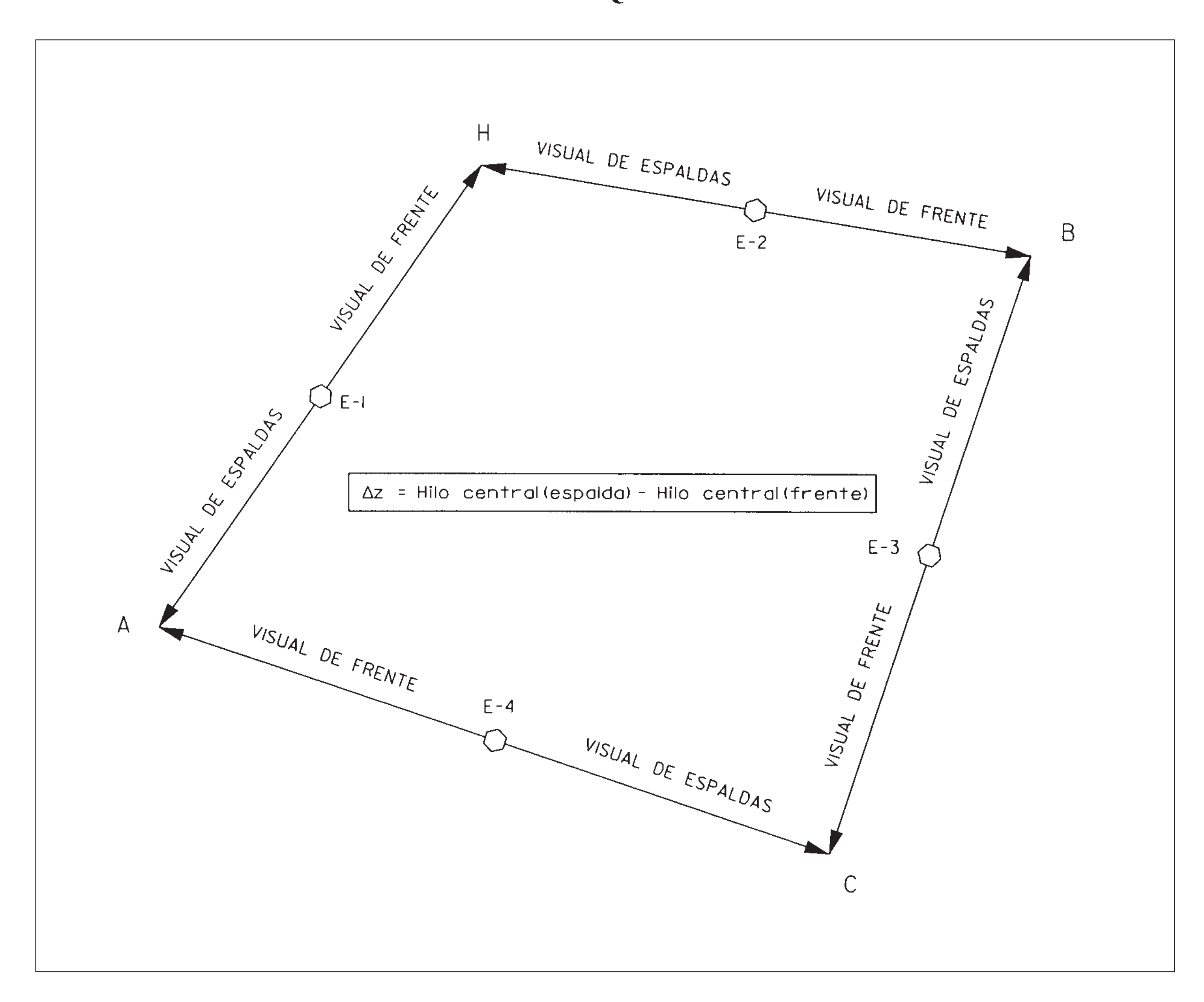
El punto 3 está a 21+981 = 1002 mm. por encima del punto 1, por lo que la rasante en ese punto deberá quedar a 1002-500 = **502 mm.** por debajo del punto 3.

El punto 4 está a 250 mm. por encima del punto 1, por lo que la rasante deberá quedar a 500-250 = **250 mm**. por encima del punto 4.

P-13. ***Calcular el itinerario de nivelación geométrica cerrado que se adjunta, entre los puntos A, H, B y C. La cota del punto A es de 435,156 m. y el método utilizado es el del punto medio.***

	Lectura de Espalda			Lectura de Frente		
Mira en punto	**Superior**	**Medio**	**Inferior**	**Superior**	**Medio**	**Inferior**
A	2263	2152	2041			
H	2275	2134	1993	2160	1978	1796
B	1996	1827	1658	1369	1206	1043
C	1516	1372	1228	2861	2706	2551
A				1742	1565	1388

CROQUIS



Resolución.

Primero calculamos los desniveles parciales de cada uno de los tramos de este itinerario altimétrico cerrado:

$$\Delta z = Hilo\ central_{\ visual\ de\ espaldas} - Hilo\ central_{\ visual\ de\ frente}$$
$$\Delta z_A^H = 2152 - 1978 = +174 mm.$$
$$\Delta z_H^B = 2134 - 1206 = +928 mm.$$
$$\Delta z_B^C = 1827 - 2706 = -879 mm.$$
$$\Delta z_C^A = 1372 - 1565 = -193 mm.$$
$$\sum \Delta z = +30\ mm. = eroor_z$$

La compensación de este error, en función del valor de cada desnivel parcial, sería:

$$\Delta z_A^H{}_{\ (compensado)} = \Delta z_A^H{}_{\ (calculado)} - \frac{error_z}{\sum |\Delta z|} * |\Delta z_A^H|$$
$$\Delta z_A^H{}_{\ (compensado)} = 174 - \frac{30}{2174} * 174 = +172 mm.$$
$$\Delta z_H^B{}_{\ (compensado)} = 928 - \frac{30}{2174} * 928 = +915 mm.$$
$$\Delta z_B^C{}_{\ (compensado)} = -879 - \frac{30}{2174} * 879 = -891 mm.$$
$$\Delta z_C^A{}_{\ (compensado)} = -193 - \frac{30}{2174} * 193 = -196 mm.$$

Comprobación

$$\sum \Delta z_{\ compensados} = 172 + 915 - 891 - 196 = 0$$

La cota absoluta definitiva de cada uno de los puntos A, H, B y C será:

$$Z_A = 435.156\ m.$$
$$Z_B = 435.156 + 0.172 = 435.328\ m.$$
$$Z_B = 435.328 + 0.915 = 436.243\ m.$$
$$Z_C = 436.243 - 0.891 = 435.352\ m.$$
$$Z_A = 435.352 - 0.196 = 435.156\ m. \quad (como\ comprobación)$$

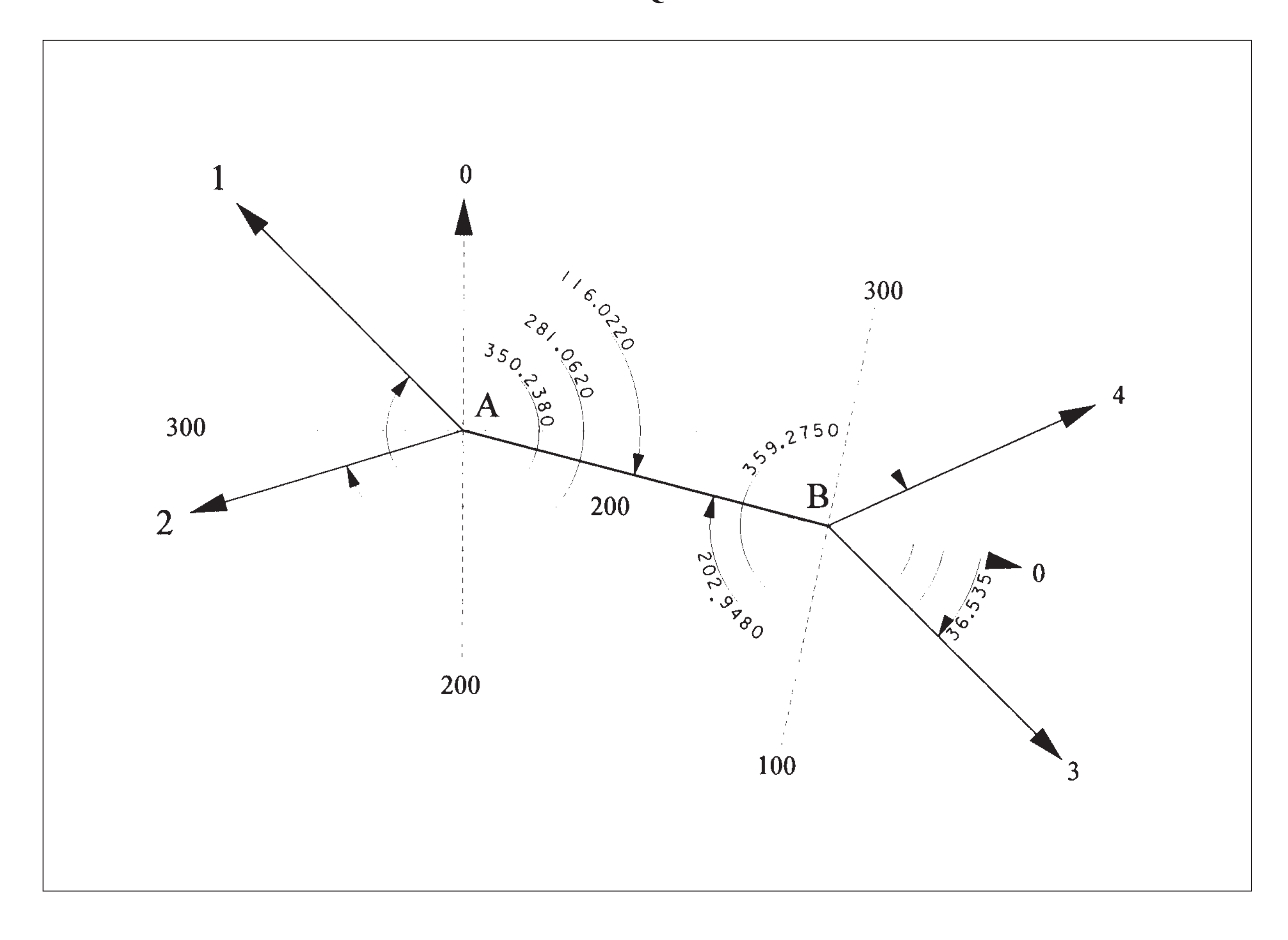
P-14. ***Para levantar una finca que tiene forma rectangular, se hicieron dos estaciones en los puntos A y B utilizando un Taquímetro, (siendo la constante K=100). Se visaron desde ellas los extremos 1, 2, 3 y 4. La libreta de campo tomada fue la siguiente:***

ESTACION	PUNTO VISADO	LECTURA AZIMUTAL (g)	HILOS (mm.)			Distancia Cenital (g)
			Inferior	Central	Superior	
A	1	350.238	1065	0648	0230	100
i = 1445 mm.	2	281.062	1917	1506	1095	100
	B	116.022	1893	1580	1268	100
B	A	202.948	1680	1367	1055	100
i = 1495 mm.	4	359.275	1189	0833	0478	100
	3	36.535	2203	1818	1434	100

Calcular las coordenadas planimétricas y altimétricas de los puntos 1, 2, 3 y 4 y de la base B, sabiendo que las de A son (10.000; 10.000; 100) y que las lecturas realizadas desde A estaban orientadas.

Hacer la representación gráfica del Plano de esta finca.

CROQUIS



Resolución.

Se nos dice que la Estación A estaba orientada. Por tanto, las lecturas azimutales de esta Estación son directamente azimutes.

Lo primero que habrá que hacer es calcular la desorientación de la Estación B, comparando el Azimut de B a A con lo que leímos de B a A:

$$W_B = 316.0220 - 202.948 = 113.074$$

Esta desorientación debemos aplicársela a todas las lecturas azimutales hechas desde B para transformarlas en azimutes:

$$\theta_B^A = 202.948 + 113.074 = 316.022$$
$$\theta_B^4 = 359.275 + 113.074 \equiv 72.349$$
$$\theta_B^3 = 36.535 + 113.074 = 149.609$$

Para calcular los Δx y los Δy, debemos calcular previamente las distancias horizontales de las Estaciones a los puntos radiados:

$$D_A^1 = 100 * (1.065 - 0.230) * 1 = 83.50$$
$$D_A^2 = 100 * (1.917 - 1.095) * 1 = 82.20$$
$$D_A^B = 100 * (1.893 - 1.268) * 1 = 62.50$$
$$D_B^A = 100 * (1.680 - 1.055) * 1 = 62.50$$
$$D_B^4 = 100 * (1.189 - 0.478) * 1 = 71.10$$
$$D_B^3 = 100 * (2.203 - 1.434) * 1 = 76.90$$

Los Δx y los Δy serán:

$$\Delta x_A^1 = D_{reducida} * \operatorname{sen} \theta_A^1 = 83.50 * \operatorname{sen} 350.238 = -58.822$$
$$\Delta x_A^2 = D_{reducida} * \operatorname{sen} \theta_A^2 = 82.20 * \operatorname{sen} 281.062 = -78.590$$
$$\Delta x_A^B = D_{reducida} * \operatorname{sen} \theta_A^B = 62.50 * \operatorname{sen} 116.022 = +60.531$$
$$\Delta x_B^4 = D_{reducida} * \operatorname{sen} \theta_B^4 = 71.10 * \operatorname{sen} 72.349 = +64.498$$
$$\Delta x_B^3 = D_{reducida} * \operatorname{sen} \theta_B^3 = 76.90 * \operatorname{sen} 149.609 = +54.709$$

$$\Delta y_A^1 = D_{reducida} * \cos \theta_A^1 = 83.50 * \cos 350.238 = +59.264$$
$$\Delta y_A^2 = D_{reducida} * \cos \theta_A^2 = 82.20 * \cos 281.062 = -24.094$$
$$\Delta y_A^B = D_{reducida} * \cos \theta_A^B = 62.50 * \cos 116.022 = -15.564$$
$$\Delta y_B^4 = D_{reducida} * \cos \theta_B^4 = 71.10 * \cos 72.349 = +29.920$$
$$\Delta y_B^3 = D_{reducida} * \cos \theta_B^3 = 76.90 * \cos 149.609 = -54.042$$

Los Δz de las Estaciones a los puntos radiados serán:

$$\Delta z_A^1 = t + i - m = 0 + 1.445 - 0.648 = +0.797$$
$$\Delta z_A^2 = t + i - m = 0 + 1.445 - 1.506 = -0.061$$
$$\Delta z_A^B = t + i - m = 0 + 1.445 - 1.580 = -0.135$$
$$\Delta z_B^A = t + i - m = 0 + 1.495 - 1.367 = +0.128$$
$$\Delta z_A^B(medio) = \frac{(-0.135 - 0.128)}{2} = -0.132$$
$$\Delta z_B^4 = t + i - m = 0 + 1.495 - 0.833 = +0.662$$
$$\Delta z_B^3 = t + i - m = 0 + 1.495 - 1.818 = -0.323$$

Las coordenada absolutas X, Y, Z de las Estaciones y de los puntos radiados serán:

X_A = 10000

X_1 = 10000 - 58.822	=	9941.178
X_2 = 10000 - 78.590	=	9921.410
X_B = 10000 + 60.531	=	10060.531
X_4 = 10060.531 + 64.498	=	10125.029
X_3 = 10060.531 + 54.709	=	10115.240

Y_A = 10000

Y_1 = 10000 + 59.264	=	10059.264
Y_2 = 10000 - 24.094	=	9975.906
Y_B = 10000 - 15.564	=	9984.436
Y_4 = 9984.436 + 29.92	=	10014.356
Y_3 = 9984.436 - 54.042	=	9930.394

Z_A = 100

Z_1 = 100 + 0.797	=	100.797
Z_2 = 100 - 0.061	=	99.939
Z_B = 100 - 0.132	=	99.868
Z_4 = 99.868 + 0.662	=	100.530
Z_3 = 99.868 - 0.323	=	99.545

RESOLUCIÓN CON TOPCAL.

P O L I G O N A L

-NE-	-NV-	-H-	-V-	-DG-	-M-	-I-	-AZ-	-DR-	-DES-
1001	1002	116.0220	100.0000	62.500	1.58	1.45	116.0220	62.500	-0.135
1002	1001	202.9480	100.0000	62.500	1.37	1.50	316.0220	62.500	0.128
1002	1001	202.9480	100.0000	62.500	1.37	1.50	316.0220	62.500	0.128
1001	1002	116.0220	100.0000	62.500	1.58	1.45	116.0220	62.500	-0.135

Longitud de la poligonal 125.0
Error de cierre angular = 0.0000
Error de cierre en —X— 0.000
Error de cierre en —Y— 0.000
Error de cierre en —Z— 0.000

-NE-	-X-	-Y-	-Z-	-w-	-NOMBRE-
1001	10000.000	10000.000	100.000	0.0000	A
1002	10060.531	9984.436	99.868	113.0740	B
1001	10000.000	10000.000	100.000	400.0000	A

CALCULO EN COORDENADAS PLANAS ESCALA 1.000000

(MEJOR CALCULAR LA RADIACION DESDE LA ESTACION A, Y DESPUES CALCULAR LA DESORIENTACION DE LA ESTACION B, CON LA OPCION DESORIENTACIONES/HERRAMIENTAS Y DESPUES RADIAR DESDE LA ESTACION B)

RADIACION

ESTACION 1001 A

X	Y	Z	w
10000.000	10000.000	100.000	0.0000

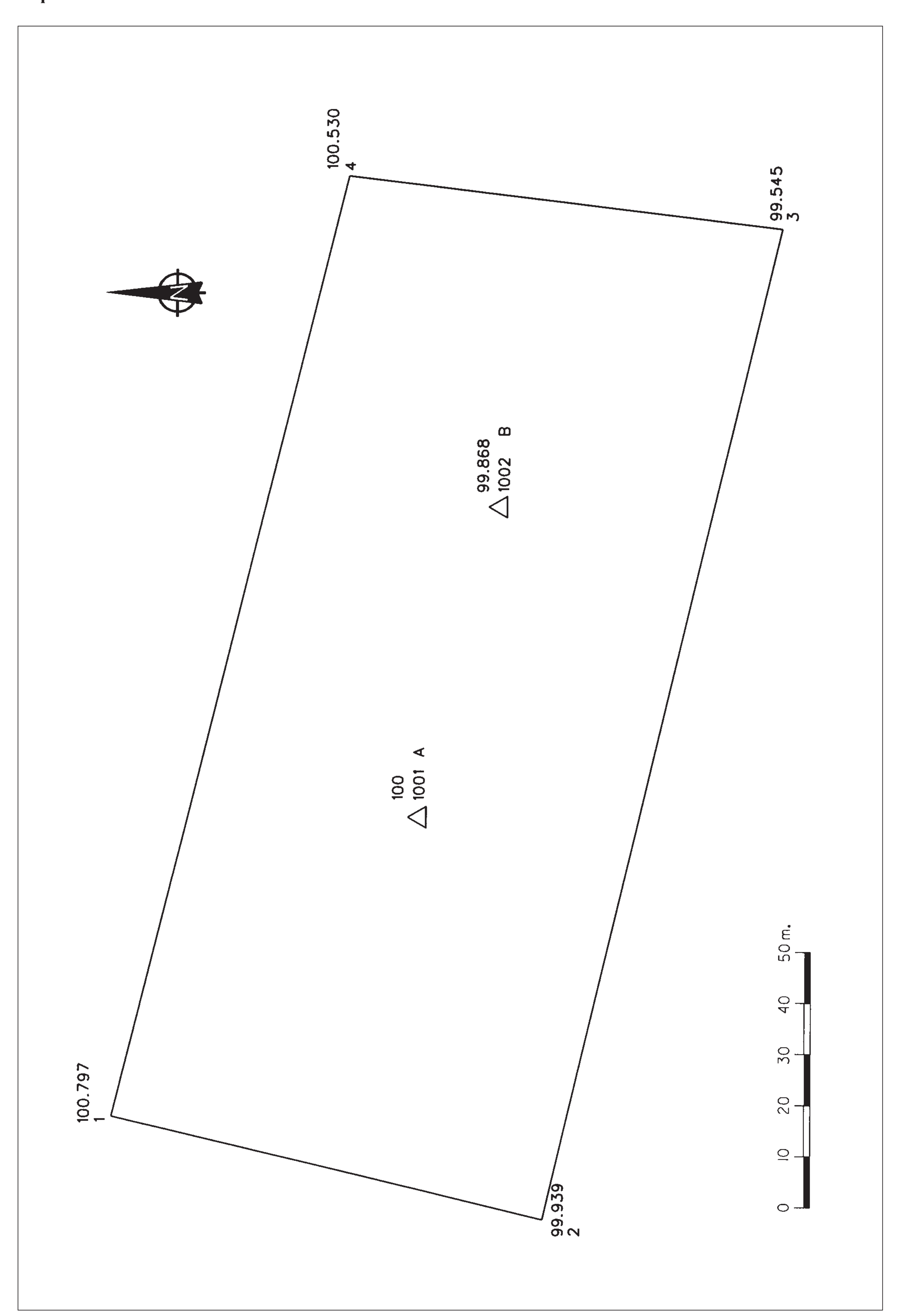
PTO	H	V	D	M	I	DR	AZ	X	Y	Z
1	350.2380	100.0000	83.50	0.65	1.45	83.50	350.2380	9941.178	10059.264	100.797
2	281.0620	100.0000	82.20	1.51	1.45	82.20	281.0620	9921.410	9975.906	99.939

ESTACION 1002 B

X	Y	Z	w
10060.531	9984.436	99.868	113.0740

PTO	H	V	D	M	I	DR	AZ	X	Y	Z
4	359.2750	100.0000	71.10	0.83	1.50	71.10	72.3490	10125.029	10014.356	100.530
3	36.5350	100.0000	76.90	1.82	1.50	76.90	149.6090	10115.241	9930.394	99.546

Representación.



P-15. ***Una finca agrícola en el término municipal de Viana (Navarra), queda definida planimétricamente por cuatro vértices (2, 4 , 7 y 9). Los vértices 2 y 9, definen la línea que limita con el camino "La Senda". Los dos propietarios de la finca, quieren dividirla en dos partes iguales, pero de forma que tengan la misma longitud de entrada desde el camino.***

Para el levantamiento de la misma, se han fijado cuatro estaciones interiores y trabajando con un Taquímetro autorreductor, se ha tomado la siguiente libreta de campo:

K=100

Est.	Altura aparato i (m.)	PUNTO VISADO	Lectura azimutal (g)	Altura de horizonte α (%)	Hilo Superior m (mm.)	Hilo inferior (mm.)
A	1.620	2	172.1270	- 0.20	0500	1586
	1.620	B	327.3040	- 1.38	0600	1736
	1.620	D	35.2050	- 2.32	0300	1615
B	1.553	A	130.1810	- 0.20	0700	1835
	1.553	4	278.6990	+ 0.43	0400	1552
	1.553	C	37.9000	- 2.29	0200	1424
C	1.420	B	197.9125	+ 1.50	1800	3024
	1.420	7	367.7000	- 0.19	2500	3984
	1.420	D	85.4000	+ 0.09	1200	2350
D	1.560	C	394.9100	- 0.33	1400	2550
	1.560	9	119.3390	- 0.11	2400	3835
	1.560	A	307.5780	+ 0.89	1000	2314

Calcular la libreta aplicando todas las compensaciones necesarias y obtener las coordenadas planimétricas y altimétricas de los vértices que definen la finca.

Calcular la superficie total de la finca.

Obtener las coordenadas de los puntos extremos de la línea de partición

Resolución.

Por los datos que se nos dan, se deduce que ninguna de las estaciones estaba orientada. Por tanto, para proceder a su resolución, consideraremos fija la estación A y desorientaremos todas las demás respecto de ésta.

Primero calculamos el error angular de cierre de la poligonal o itinerario, formado por las cuatro estaciones:

$\theta_A^B = 327.3040$ $\quad\quad$ $\theta_B^A = 127.3040$

$w_B = \theta_B^A - L_B^A = 127.3040 - 130.1810 = -2.877$

$\theta_B^C = L_B^C + w_B = 37.9000 - 2.877 = 35.0230$ $\quad\quad$ $\theta_C^B = 235.0230$

$w_C = \theta_C^B - L_C^B = 235.0230 - 197.9125 = 37.1105$

$\theta_C^D = L_C^D + w_C = 85.4000 + 37.1105 = 122.5105$ $\quad\quad$ $\theta_D^C = 322.5105$

$w_D = \theta_D^C - L_D^C = 322.5105 - 394.9100 = -72.3995$

$\theta_D^A = L_D^A + w_D = 307.5780 - 72.3995 = 235.1785$ $\quad\quad$ $\theta_A^D = 35.1785$

$Error_\alpha = 35.2050 - 35.1785 = 0.0265$

Los acimutes compensados de orientación de los ejes de la poligonal, serán:

$$Compensación\ por\ eje = \frac{Error_\alpha}{4} = \frac{0.0265}{4} = 0.0066$$

$$\theta_A^B\ _{(compensado)} = 327.3040 + 0.0066 = \mathbf{327.3106}$$

$$\theta_B^C\ _{(compensado)} = 35.0230 + \frac{0.0265 * 2}{4} = \mathbf{35.0362}$$

$$\theta_C^D\ _{(compensado)} = 122.5105 + \frac{0.0265 * 3}{4} = \mathbf{122.5304}$$

$$\theta_D^A\ _{(compensado)} = 235.1785 + \frac{0.0265 * 4}{4} = \mathbf{235.2050}$$

Las distancias medias de los ejes, serán:

$$\overline{AB} = \frac{K(Hilo\ \inf erior - Hilo\ \sup erior)}{1000} = \frac{100(1736 - 600)}{1000} = 113.6\ m.$$

$$\overline{BA} = \frac{K(Hilo\ \inf erior - Hilo\ \sup erior)}{1000} = \frac{100(1835 - 700)}{1000} = 113.5\ m.$$

$$\overline{AB}_{(media)} = \frac{113.6 + 113.5}{2} = 113.55\ m.$$

$$\overline{BC} = \frac{K(Hilo \text{ inferior} - Hilo \text{ superior})}{1000} = \frac{100(1424 - 200)}{1000} = 122.4 \ m.$$
$$\overline{CB} = \frac{K(Hilo \text{ inferior} - Hilo \text{ superior})}{1000} = \frac{100(3024 - 1800)}{1000} = 122.4 \ m.$$
$$\overline{BC}_{(media)} = \frac{122.4 + 122.4}{2} = 122.40 \ m.$$
$$\overline{CD} = \frac{K(Hilo \text{ inferior} - Hilo \text{ superior})}{1000} = \frac{100(2350 - 1200)}{1000} = 115.0 \ m.$$
$$\overline{DC} = \frac{K(Hilo \text{ inferior} - Hilo \text{ superior})}{1000} = \frac{100(2550 - 1400)}{1000} = 115.0 \ m.$$
$$\overline{CD}_{(media)} = \frac{115.0 + 115.0}{2} = 115.00 \ m.$$
$$\overline{DA} = \frac{K(Hilo \text{ inferior} - Hilo \text{ superior})}{1000} = \frac{100(2314 - 1000)}{1000} = 131.4 \ m.$$
$$\overline{AD} = \frac{K(Hilo \text{ inferior} - Hilo \text{ superior})}{1000} = \frac{100(1615 - 300)}{1000} = 131.5 \ m.$$
$$\overline{DA}_{(media)} = \frac{131.4 + 131.5}{2} = 131.45 \ m.$$

Con las distancias y los acimutes ya calculados, se pueden calcular los Δx e Δy de los ejes del itinerario:

$$\Delta x_A^B = \overline{AB} * \text{sen}\,\theta_A^B = 113.55 * \text{sen}\,327.3106 = -103.261$$
$$\Delta y_A^B = \overline{AB} * \cos\theta_A^B = 113.55 * \cos 327.3106 = +47.232$$
$$\Delta x_B^C = \overline{BC} * \text{sen}\,\theta_B^C = 122.40 * \text{sen}\,35.0362 = +64.013$$
$$\Delta y_B^C = \overline{BC} * \cos\theta_B^C = 122.40 * \cos 35.0362 = +104.327$$
$$\Delta x_C^D = \overline{CD} * \text{sen}\,\theta_C^D = 115.00 * \text{sen}\,122.5304 = +107.873$$
$$\Delta y_C^D = \overline{CD} * \cos\theta_C^D = 115.00 * \cos 122.5304 = -39.855$$
$$\Delta x_D^A = \overline{DA} * \text{sen}\,\theta_D^A = 131.45 * \text{sen}\,235.2050 = -69.043$$
$$\Delta y_D^A = \overline{DA} * \cos\theta_D^A = 131.45 * \cos 235.2050 = -111.858$$

Los errores lineales serán:

$$\sum \Delta x = -103.261 + 64.013 + 107.873 - 69.043 = -0.418 = Error_x$$
$$\sum \Delta y = 47.232 + 104.327 - 39.855 - 111.858 = -0.154 = Error_y$$

$$\sum |\Delta x| = 103.261 + 64.013 + 107.873 + 69.043 = 344.190$$
$$\sum |\Delta y| = 47.232 + 104.237 + 39.855 + 111.858 = 303.182$$

Podemos compensar los errores lineales de la siguiente forma:

$$\Delta x_{A}^{B}{}_{(compensado)} = \Delta x_{A}^{B}{}_{(calculado)} + \left[\left| \Delta x_{A}^{B} \right| * \frac{\left| Error_x \right|}{\sum \left| \Delta x \right|} \right]$$

$$\Delta x_{A}^{B}{}_{(compensado)} = -103.261 + \left(103.261 * \frac{0.418}{344.190} \right) = -103.136$$

$$\Delta x_{B}^{C}{}_{(compensado)} = +64.013 + \left(64.013 * \frac{0.418}{344.190} \right) = +64.091$$

$$\Delta x_{C}^{D}{}_{(compensado)} = +107.873 + \left(107.873 * \frac{0.418}{344.190} \right) = +108.004$$

$$\Delta x_{D}^{A}{}_{(compensado)} = -69.043 + \left(69.043 * \frac{0.418}{344.190} \right) = -68.959$$

$$Comprobación = -103.136 + 64.091 + 108.004 - 68.959 = 0$$

$$\Delta y_{A}^{B}{}_{(compensado)} = \Delta y_{A}^{B}{}_{(calculado)} + \left[\left| \Delta y_{A}^{B} \right| * \frac{\left| Error_y \right|}{\sum \left| \Delta y \right|} \right]$$

$$\Delta y_{A}^{B}{}_{(compensado)} = +47.232 + \left(47.232 * \frac{0.154}{303.182} \right) = +47.256$$

$$\Delta y_{B}^{C}{}_{(compensado)} = +104.327 + \left(104.327 * \frac{0.154}{303.182} \right) = +104.380$$

$$\Delta y_{C}^{D}{}_{(compensado)} = -39.855 + \left(39.855 * \frac{0.154}{303.182} \right) = -39.835$$

$$\Delta y_{D}^{A}{}_{(compensado)} = -111.858 + \left(111.858 * \frac{0.154}{303.182} \right) = -111.801$$

$$Comprobación = +47.256 + 104.380 - 39.835 - 111.801 = 0$$

Como no conocemos ninguna coordenada absoluta de ninguna de las estaciones, vamos a partir de unas coordenadas para la estación A (5000 ; 5000 ; 200). Las coordenadas planimétricas de dichas estaciones serán:

$X_A = \mathbf{5000}$

$X_B = 5000 - 103.136 = \mathbf{4896.864}$

$X_C = 4896.864 + 64.091 = \mathbf{4960.955}$

$X_D = 4960.955 + 108.004 = \mathbf{5068.959}$

$Y_A = \mathbf{5000}$

$Y_B = 5000 + 47.256 = \mathbf{5047.256}$

$Y_C = 5047.256 + 104.380 = \mathbf{5151.636}$

$Y_D = 5151.636 - 39.835 = \mathbf{5111.801}$

(se verán discrepancias con los resultados de TOPCAL, por aplicar este programa distinto sistema de compensación lineal)

Vamos a calcular ahora las cotas absolutas de las estaciones:

$$\Delta z_A^B = t + i - m = \overline{AB} * \operatorname{tg}\alpha_A^B + i - m = (113.60 * -0.0138) + 1.62 - 0.6 = -0.548$$

$$\Delta z_B^A = t + i - m = \overline{BA} * \operatorname{tg}\alpha_B^A + i - m = (113.50 * -0.002) + 1.553 - 0.7 = +0.626$$

$$\Delta z_A^B = \frac{-0.548 - 0.626}{2} = -0.587$$

$$\Delta z_B^C = t + i - m = \overline{BC} * \operatorname{tg}\alpha_B^C + i - m = (122.40 * -0.0129) + 1.56 - 0.2 = -1.450$$

$$\Delta z_C^B = t + i - m = \overline{CB} * \operatorname{tg}\alpha_C^B + i - m = (122.50 * 0.0150) + 1.430 - 1.8 = +1.456$$

$$\Delta z_B^C = \frac{-1.450 - 1.456}{2} = -1.453$$

$$\Delta z_C^D = t + i - m = \overline{CD} * \operatorname{tg}\alpha_C^D + i - m = (115.4 * 0.0009) + 1.42 - 1.2 = +0.324$$

$$\Delta z_D^C = t + i - m = \overline{DC} * \operatorname{tg}\alpha_D^C + i - m = (115.5 * -0.0033) + 1.56 - 1.4 = -0.220$$

$$\Delta z_C^D = \frac{+0.324 + 0.220}{2} = +0.272$$

$$\Delta z_D^A = t + i - m = \overline{DA} * \operatorname{tg}\alpha_D^A + i - m = (131.4 * 0.0089) + 1.56 - 1.0 = +1.729$$

$$\Delta z_A^D = t + i - m = \overline{AD} * \operatorname{tg}\alpha_A^D + i - m = (131.5 * -0.0232) + 1.62 - 0.3 = -1.731$$

$$\Delta z_A^B = \frac{+1.729 + 1.731}{2} = +1.730$$

Los errores en cota y su compensación, serán :

$$\sum \Delta z = -0.587 - 1.453 + 0.272 + 1.730 = -0.038\ m.$$

$$\sum |\Delta z| = 0.587 + 1.453 + 0.272 + 1.730 = 4.042$$

$$\Delta z_A^B\ _{(compensado)} = -0.587 + \left(0.587 * \frac{0.038}{4.042}\right) = -0.582$$

$$\Delta z_B^C\ _{(compensado)} = -1.453 + \left(1.453 * \frac{0.038}{4.042}\right) = -1.439$$

$$\Delta z_C^D\ _{(compensado)} = +0.272 + \left(0.272 * \frac{0.038}{4.042}\right) = +0.275$$

$$\Delta z_D^A\ _{(compensado)} = +1.730 + \left(1.730 * \frac{0.038}{4.042}\right) = +1.746$$

$$Z_A = 200$$

$$Z_B = 200 - 0.582 = 199.418$$

$$Z_C = 199.418 - 1.439 = 197.979$$

$$Z_D = 197.979 + 0.275 = 198.254$$

$$Z_A = 198.254 + 1.746 = 200 \quad (comprobación)$$

Por último, vamos a calcular las coordenadas X, Y, Z de los puntos radiados:

$$\theta_A^2 = L_A^2 + w_A = L_A^2 + \theta_A^D - L_A^D = 172.170 + 35.2050 - 35.2050 = 172.170$$
$$\theta_B^4 = L_B^4 + w_B = L_B^4 + \theta_\mathbf{B}^A - L_B^A = 278.6990 + 127.3106 - 130.1810 = 275.8286$$
$$\theta_C^7 = L_C^7 + w_C = L_C^7 + \theta_C^B - L_C^B = 367.7000 + 235.0362 - 197.9125 \equiv 4.8237$$
$$\theta_D^9 = L_D^9 + w_D = L_D^9 + \theta_D^C - L_D^C = 119.3390 + 322.5304 - 394.9100 = 46.9594$$
$$\Delta x_A^2 = K * l * \text{sen}\,\theta_A^2 = 100 * (1.586 - 0.5) * \text{sen}\,172.170 = +45.977$$
$$\Delta y_A^2 = K * l * \cos\theta_A^2 = 100 * (1.586 - 0.5) * \cos 172.170 = -98.387$$
$$\Delta z_A^2 = t + i - m = K * l * \text{tg}\,\alpha + i - m = [100 * (1.586 - 0.5) * (-0.002)] + 1.62 - 0.5 =$$
$$= +0.903 \text{ m.}$$
$$\Delta x_B^4 = K * l * \text{sen}\,\theta_B^4 = 100 * (1.552 - 0.4) * \text{sen}\,275.8286 = -106.996$$
$$\Delta y_B^4 = K * l * \cos\theta_B^4 = 100 * (1.552 - 0.4) * \cos 275.8286 = -42.696$$
$$\Delta z_B^4 = t + i - m = K * l * \text{tg}\,\alpha + i - m = [100 * (1.552 - 0.4) * (0.0043)] + 1.553 - 0.4 =$$
$$= +1.648 \text{ m.}$$
$$\Delta x_C^7 = K * l * \text{sen}\,\theta_C^7 = 100 * (3.984 - 2.5) * \text{sen}\,4.8237 = +11.234$$
$$\Delta y_C^7 = K * l * \cos\theta_C^7 = 100 * (3.984 - 2.5) * \cos 4.8237 = +147.974$$
$$\Delta z_C^7 = t + i - m = K * l * \text{tg}\,\alpha + i - m = [100 * (3.984 - 2.5) * (-0.0019)] + 1.42 - 2.5 =$$
$$= -1.362 \text{ m.}$$
$$\Delta x_D^9 = K * l * \text{sen}\,\theta_D^9 = 100 * (3.835 - 2.4) * \text{sen}\,46.9594 = +96.510$$
$$\Delta y_D^9 = K * l * \cos\theta_D^9 = 100 * (3.835 - 2.4) * \cos 46.9594 = +106.199$$
$$\Delta z_D^9 = t + i - m = K * l * \text{tg}\,\alpha + i - m = [100 * (3.835 - 2.4) * (-0.0011)] + 1.56 - 2.4 =$$
$$= -0.998 \text{ m.}$$

$X_2 = 5000 + 45.977 =$ **5045.977**

$X_4 = 4896.864 - 106.996 =$ **4789.868**

$X_7 = 4960.955 + 11.234 =$ **4972.189**

$X_9 = 5068.959 + 96.51 =$ **5165.469**

$Y_2 = 5000 - 98.387 =$ **4901.613**

$Y_4 = 5047.256 - 42.696 =$ **5004.560**

$Y_7 = 5151.636 + 147.974 =$ **5299.61**

$Y_9 = 5111.801 + 106.199 =$ **5218.000**

$Z_2 = 200 + 0.903 =$ **200.903**

$Z_4 = 199.418 + 1.648 =$ **201.066**

$Z_7 = 197.979 - 1.362 =$ **196.617**

$Z_9 = 198.254 - 0.998 =$ **197.256**

Resolución con Topcal.

Antes de introducir los datos a TOPCAL, debemos calcular las distancias cenitales en grados centesimales y las distancias geométricas entre las estaciones. La libreta de campo a introducir será:

E	P	acimutal	cenital	D	m	i
1001	2	172.1270	100.1273	108.600	0.500	1.620
1001	1002	327.3040	100.8785	113.611	0.600	1.620
1001	1004	35.2050	101.4767	131.535	0.300	1.620
1002	1001	130.1810	100.1273	113.500	0.700	1.553
1002	4 278.	6990	99.7263	115.200	0.400	1.553
1002	1003	37.9000	101.4576	122.432	0.200	1.553
1003	1002	197.9125	99.0451	122.413	1.800	1.420
1003	7	367.7000	100.1210	148.400	2.500	1.420
1003	1004	85.4000	99.9427	115.000	1.200	1.420
1004	1003	394.9100	100.2101	115.001	1.400	1.560
1004	9	119.3390	100.0700	143.500	2.400	1.560
1004	1001	307.5780	99.4334	131.405	1.000	1.560

P O L I G O N A L

-NE-	-NV-	-H-	-V-	-DG-	-M-	-I-	-AZ-	-DR-	-DES-
1001	1002	327.3040	100.8785	113.611	0.60	1.62	327.3106	113.600	-0.547
1002	1001	130.1810	100.1273	113.500	0.70	1.55	127.3106	113.500	0.627
1002	1003	37.9000	101.4576	122.432	0.20	1.55	35.0362	122.400	-1.449
1003	1002	197.9125	99.0451	122.413	1.80	1.42	235.0363	122.399	1.457
1003	1004	85.4000	99.9427	115.000	1.20	1.42	122.5304	115.000	0.324
1004	1003	394.9100	100.2101	115.001	1.40	1.56	322.5304	115.000	-0.219
1004	1001	307.5780	99.4334	131.405	1.00	1.56	235.2050	131.400	1.731
1001	1004	35.2050	101.4767	131.535	0.30	1.62	35.2050	131.500	-1.730

Longitud de la poligonal 482.4
Error de cierre angular = 0.0265
Error de cierre en —X— 0.417
Error de cierre en —Y— 0.154
Error de cierre en —Z— 0.038

-NE-	-X-	-Y-	-Z-	-w-	-NOMBRE-
1001	5000.000	5000.000	200.000	0.0000	ESTACION A
1002	4896.838	5047.268	199.422	397.1296	ESTACION B
1003	4960.957	5151.634	197.978	37.1238	ESTACION C
1004	5068.929	5111.816	198.259	327.6204	ESTACION D
2	5046.044	4901.644	200.903		
4	4789.842	5004.572	201.070		
7	4972.190	5299.608	196.616		
9	5165.439	5218.014	197.261		

Cálculo de la partición.

Realizaremos el cálculo partiendo de las coordenadas obtenidas por TOPCAL.
Superficie de la finca, con TOPCAL:

N.PUNTO	-X-	-Y-	-D-
2	5046.044	4901.644	276.104
4	4789.842	5004.572	346.839
7	4972.190	5299.608	209.768
9	5165.439	5218.014	338.150
2	5046.044	4901.644	0.000

SUPERFICIE = 82618.737

PERIMETRO = 1170.861

Superficie a segregar:

$$\frac{1}{2} * 82618.737 = 41.309.37 \text{ m}^2$$

Coordenadas del punto intermedio entre 2 y 9:

$$X_P = \frac{5046.044 + 5165.439}{2} = 5105.742$$

$$Y_P = \frac{4901.644 + 5218.014}{2} = 5059.829$$

$$\alpha = \theta_4^2 - \theta_4^7 = 200 - \text{arctg}\,\frac{256.202}{102.928} - \text{arctg}\,\frac{182.348}{295.036} = 200 - 75.6805 - 35.2425 =$$
$$= 89.0770$$

$$\beta = \theta_2^9 - \theta_2^4 = \text{arctg}\,\frac{119.395}{316.370} - 400 + \text{arctg}\,\frac{256.202}{102.928} = 22.9734 - 400 + 75.6805 \equiv$$
$$\equiv 98.6539$$

$$D_2^4 = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{256.202^2 + 102.928^2} = 276.104$$

$$D_2^P = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{59.698^2 + 158.185^2} = 169.075$$

Aplicamos la siguiente fórmula en la zona segregada:

$$2S = \mathbf{D_4^Q} * D_2^4 * \text{sen}\,\alpha + D_2^P * D_2^4 * \text{sen}\ , \ - \mathbf{D_4^Q} * D_2^P * \text{sen}(\alpha + \beta)$$

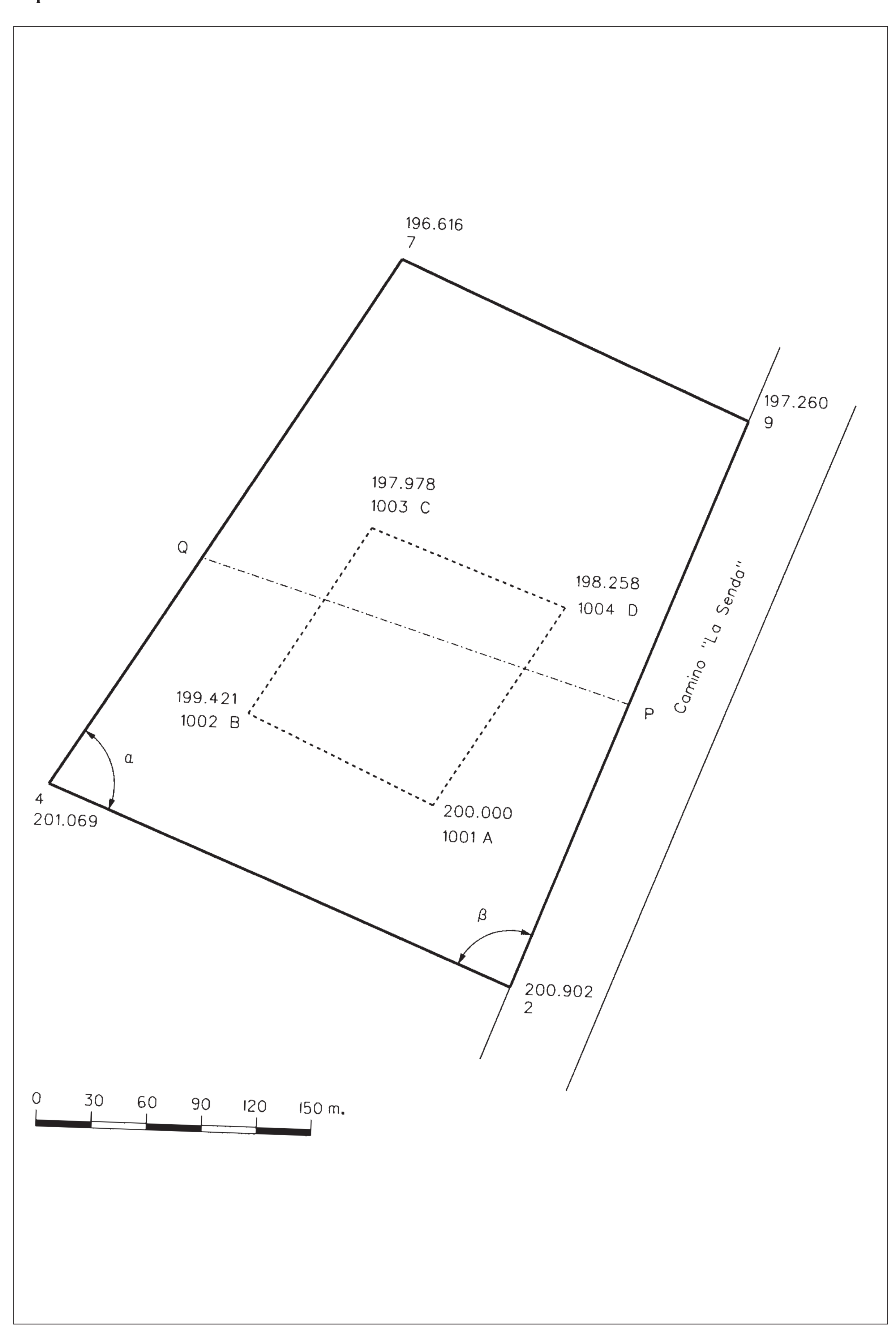
(siendo S la superficie a segregar, igual a la mitad de la superficie total)

$$D_4^Q = \frac{2S - D_2^P * D_2^4 * \text{sen}\ ,}{D_2^4 * \text{sen}\,\alpha - D_2^P * \text{sen}(\alpha + \beta)} = \frac{2 * 41309.37 - (169.075 * 276.104 * 0.9998)}{276.104 * 0.9853 - 169.075 * 0.19153} =$$
$$= \frac{35946.8888}{239.6666} = 149.987\ m^2$$

$$X_Q = X_4 + \Delta x_4^Q = 4789.842 + 149.987 * \text{sen}\,35.2425 = \mathbf{4868.697}$$

$$Y_Q = Y_4 + \Delta y_4^Q = 5004.572 + 149.987 * \cos 35.2425 = \mathbf{5132.157}$$

Representación.



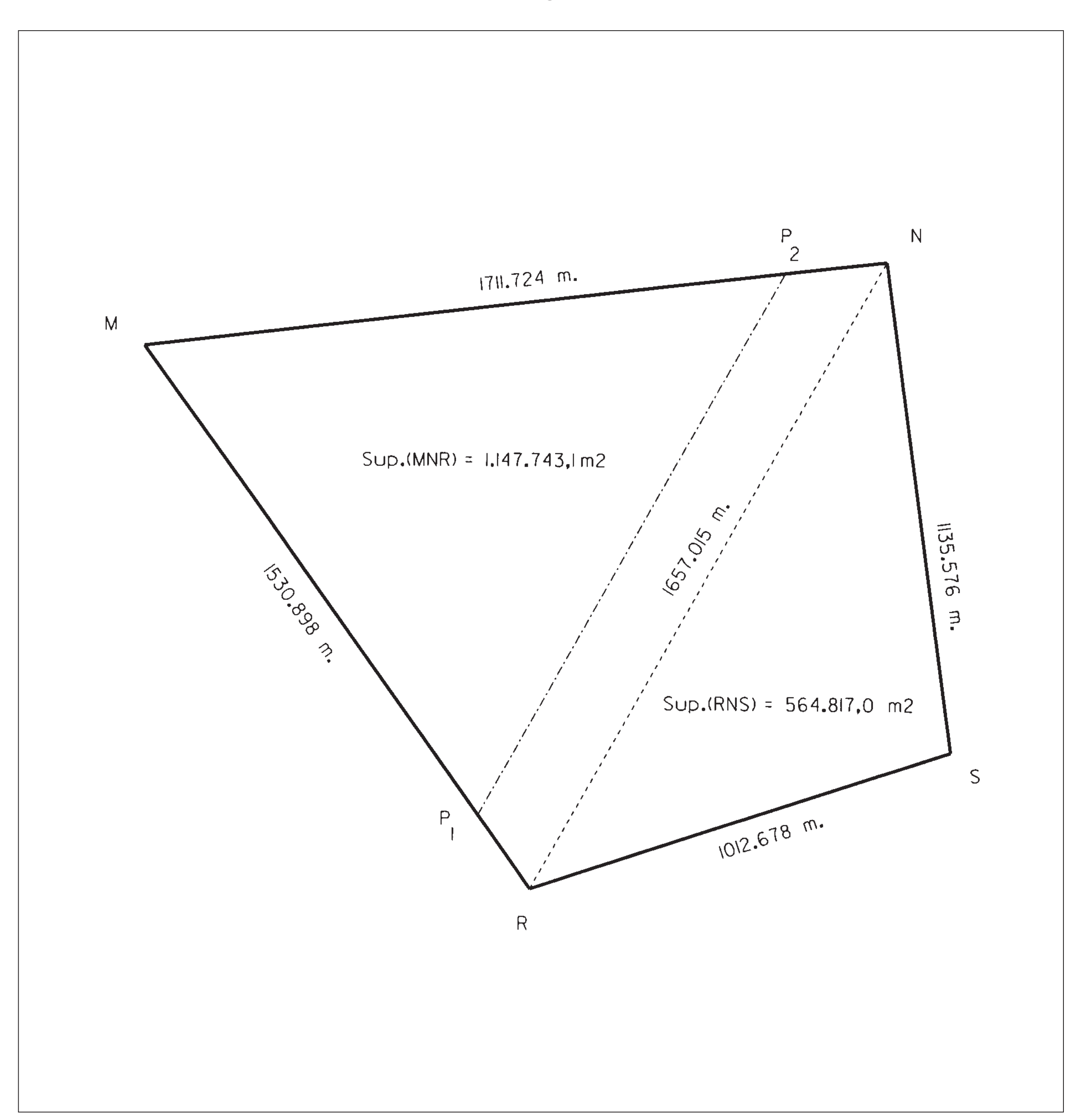
P-16. ***Se conocen las coordenadas planimétricas de los vértices extremos de solar, donde se piensa instalar una industria conservera:***

M (5000,000 ; 7500,000)　N(6700,000 ; 7700,000)
R (5890,053 ; 6254,426)　S(6850,823 ; 6574,484)

Por decisión de los propietarios este solar hay que dividirlo en dos partes iguales, pero la línea de división debe ser paralela a la alineación R-N.

Calcular las coordenadas X,Y de los puntos que definen dicha partición.

CROQUIS



Resolución.

Observando el croquis, se puede deducir que la línea de partición estará sobre el triángulo MNR y para calcular su posición será necesario al menos obtener las distancias MN y MR, la superficie del triángulo MNR y la superficie total de la parcela. Las superficies las calcularemos por la fórmula del semiperímetro, deduciendo previamente las longitudes de los lados a través de las coordenadas.

$$\overline{MN} = \sqrt{|\Delta x|^2 + |\Delta y|^2} = \sqrt{1700^2 + 200^2} = 1711.724\ m.$$

$$\overline{MR} = \sqrt{|\Delta x|^2 + |\Delta y|^2} = \sqrt{890.053^2 + 1245.574^2} = 1530.898\ m.$$

$$\overline{NS} = \sqrt{|\Delta x|^2 + |\Delta y|^2} = \sqrt{150.823^2 + 1125.516^2} = 1135.576\ m.$$

$$\overline{RS} = \sqrt{|\Delta x|^2 + |\Delta y|^2} = \sqrt{960.770^2 + 320.058^2} = 1012.678\ m.$$

$$\overline{RN} = \sqrt{|\Delta x|^2 + |\Delta y|^2} = \sqrt{809.947^2 + 1445.574^2} = 1657.015\ m.$$

$$Superficie_{MNR} = \sqrt{2449.8185 * 738.0945 * 918.9205 * 792.8035} = 1147743.1\ m^2$$

$$Superficie_{RNS} = \sqrt{1902.6345 * 767.0585 * 889.9565 * 245.6195} = 564817\ m^2$$

$$Superficie\ Total = 1147743.1 + 564817 = 1712560.1\ m^2.$$

La superficie a segregar será:

$$\frac{1}{2} Superficie\ Total = \frac{1712560}{2} = 856280\ m^2.$$

El problema se reduce ahora a segregar una superficie de 856280 m2 de un triángulo de 1147743.1 m^2.

$$S_{MNR} = \frac{1}{2} * \overline{MN} * \overline{MR} * \operatorname{sen} M$$

$$S_{MP_1P_2} = \frac{1}{2} * \overline{MP_1} * \overline{MP_2} * \operatorname{sen} M$$

$$\frac{S_{MNR}}{S_{MP_1P_2}} = \frac{\overline{MN} * \overline{MR}}{\overline{MP_1} * \overline{MP_2}} = \frac{\overline{MN}^2}{\overline{MP_2}^2} = \frac{\overline{MR}^2}{\overline{MP_1}^2}$$

$$\frac{1147743.1}{856280} = \frac{1711.724^2}{\overline{MP_2}^2} = \frac{1530.898^2}{\overline{MP_1}^2} = 1.3404$$

$$\overline{MP_1} = \sqrt{\frac{1530.898^2}{1.3404}} = 1322.306 \qquad \overline{MP_2} = \sqrt{\frac{1711.724^2}{1.3404}} = 1478.493$$

Las coordenadas de los puntos P1 y P2 serán:

$$\theta_M^R = 200 - \text{arctg}\frac{|\Delta x_M^R|}{|\Delta y_M^R|} = 200 - \text{arctg}\frac{890.053}{1245.574} = 160.5016$$

$$\theta_M^{P_2} = \text{arctg}\frac{|\Delta x_M^N|}{|\Delta y_M^N|} = \text{arctg}\frac{1700}{200} = 92.5446$$

$$\Delta x_M^{P_1} = \overline{MP_1} * \text{sen}\,\theta_M^R = 1322.306 * \text{sen}\,160.5016 = +768.779$$

$$\Delta y_M^{P_1} = \overline{MP_1} * \cos\theta_M^R = 1322.306 * \cos 160.5016 = -1075.859$$

$$\Delta x_M^{P_2} = \overline{MP_2} * \text{sen}\,\theta_M^{P_2} = 1478.493 * \text{sen}\,92.5446 = +1468.366$$

$$\Delta y_M^{P_1} = \overline{MP_1} * \cos\theta_M^R = 1478.493 * \cos 92.5446 = +172.750$$

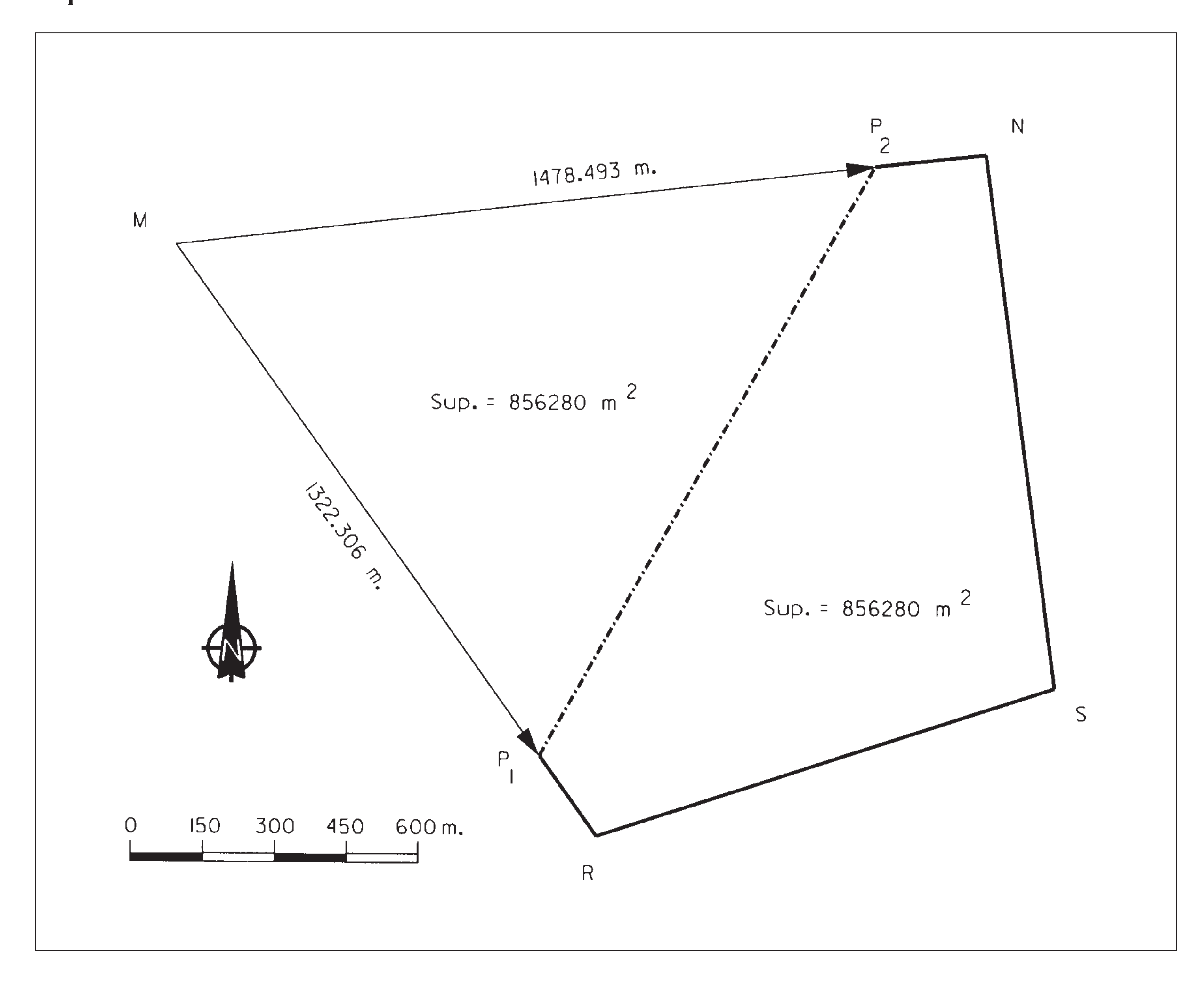
$$X_{P_1} = X_M + \Delta x_M^{P_1} = 5000 + 768.779 = \mathbf{5768.779}$$

$$Y_{P_1} = Y_M + \Delta y_M^{P_1} = 7500 - 1075.859 = \mathbf{6424.141}$$

$$X_{P_2} = X_M + \Delta x_M^{P_2} = 5000 + 1468.366 = \mathbf{6468.366}$$

$$Y_{P_2} = Y_M + \Delta y_M^{P_2} = 7500 + 172.750 = \mathbf{7672.750}$$

Representación.



P-17. ***Las coordenadas de los cuatro vértices de una finca son:***

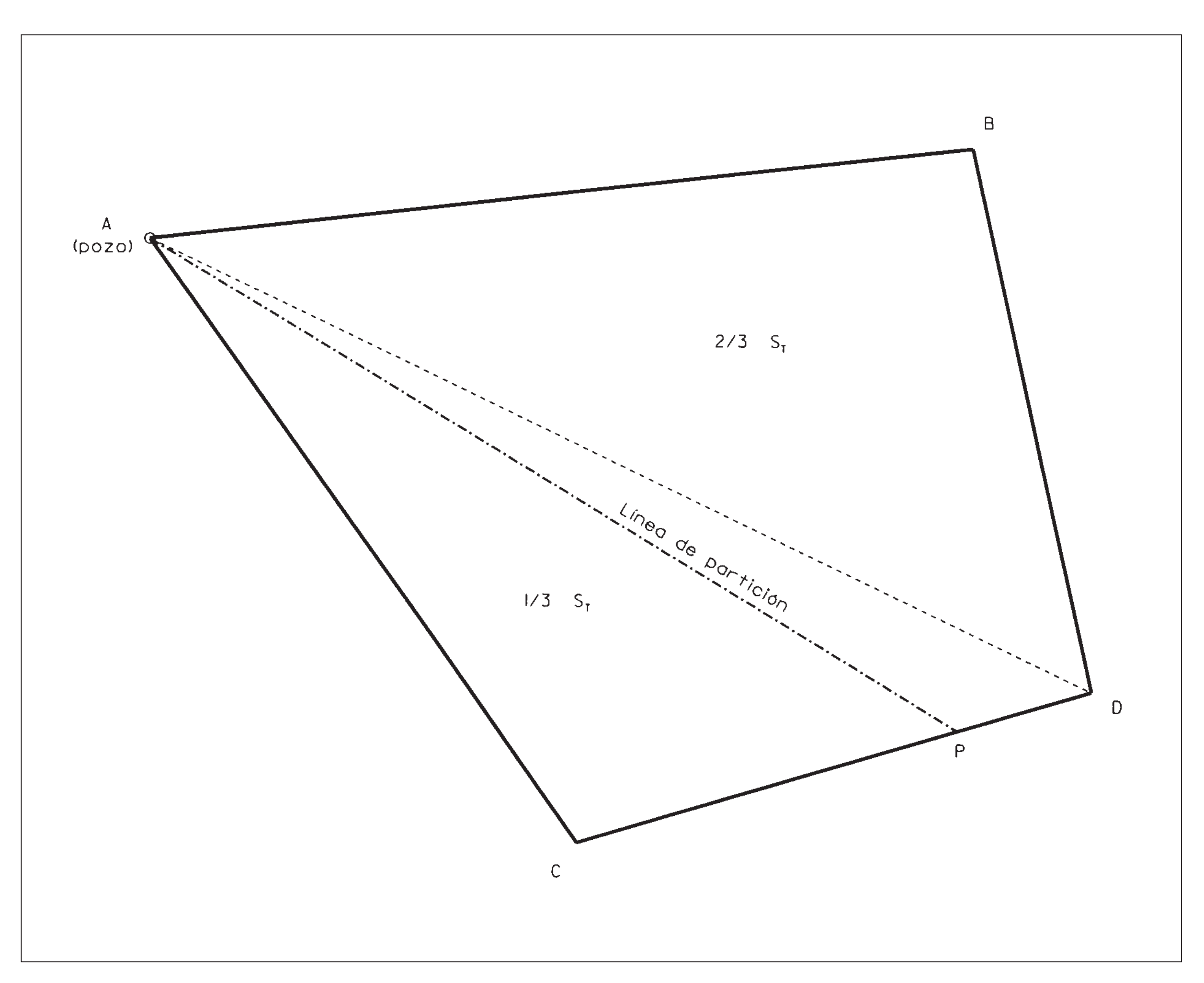
A (6000 ; 8500)	**B (7700 ; 8700)**
C (6890 ; 7254)	**D (7951 ; 7574)**

La finca pertenece a dos hermanos y tiene un pozo en el punto A. Deciden proceder a su partición de la siguiente forma:

- *los dos quieren tener acceso al pozo.*
- *el hermano mayor quiere 2/3 de la finca y debe poseer el punto B.*

Calcular las coordenadas planimétricas de los puntos fundamentales de la partición.

CROQUIS



Resolución.

Para saber a qué lado del punto D está la línea de partición que nos piden, calcularemos primero la superficie de los dos triángulos ACD y ABD. Lo haremos aplicando la siguiente fórmula a partir de las coordenadas conocidas:

$$S = \frac{1}{2}\sum x_n (y_{n-1} - y_{n+1})$$

$$S_{ACD} = \frac{1}{2}\left[6000 * (7254 - 7574) + 7951 * (8500 - 7254) + 6890 * (7574 - 8500)\right] =$$

$$= 803403 m^2.$$

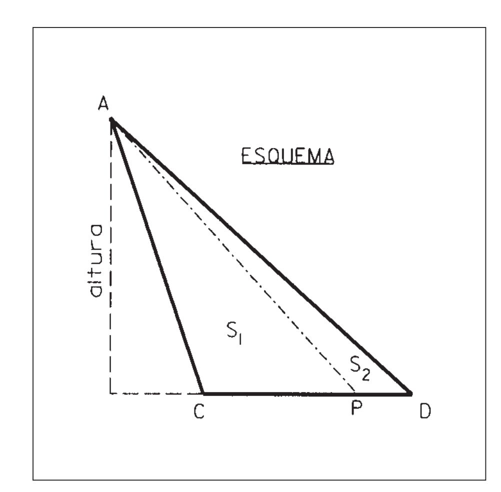
$$S_{ABD} = \frac{1}{2}\left[6000 * (7574 - 8700) + 7700 * (8500 - 7574) + 7951 * (8700 - 8500)\right] =$$

$$= 982200 m^2.$$

$$S_{TOTAL} = 803403 + 982200 = 1785603 m \ .$$

La superficie a segregar será: $\frac{1}{3} S_{TOTAL} = \frac{1785603}{3} = 595201 m^2$. , por tanto, la línea de partición quedará dentro del triángulo ACD. El problema queda reducido a la segregación de una superficie de 595201 m², de una parcela triangular de 803403 m², con una línea que pase por el punto A. Para ello, necesitamos conocer la distancia CD:

$$\overline{CD} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{1061^2 + 320^2} = 1108.206 \, m.$$



$$2S_1 = \overline{CP} * altura$$

$$2(S_1 + S_2) = \overline{CD} * altura$$

$$\frac{S_1}{(S_1 + S_2)} = \frac{\overline{CP}}{\overline{CD}} = 0.74085$$

$$\overline{CP} = 0.74085 * 1108.206 = \mathbf{821.014m}.$$

$$\theta_C^D = \text{arctg}\frac{\Delta x}{\Delta y} = \text{arctg}\frac{1061}{320} = 81.3517$$

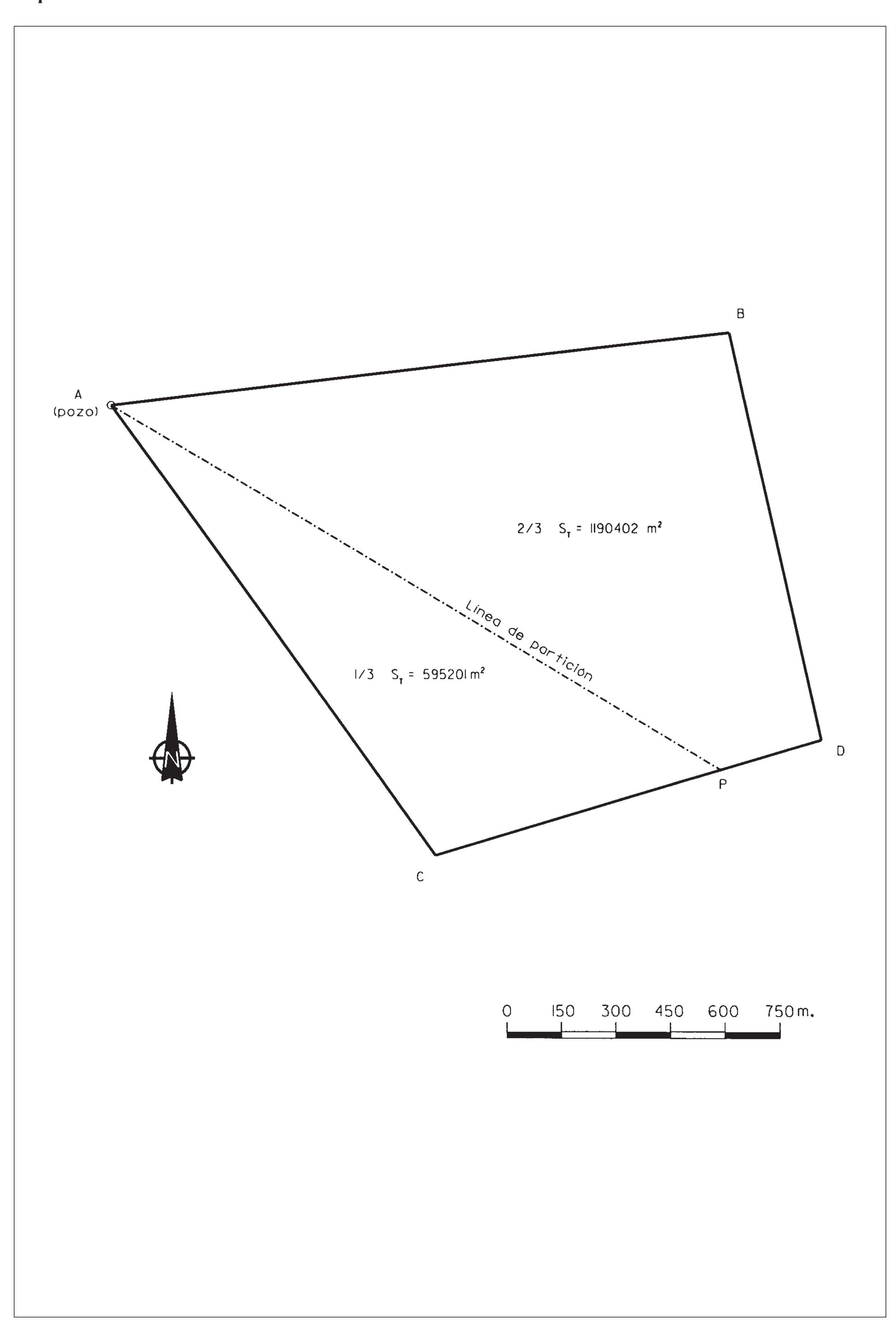
$$\Delta x_C^P = \overline{CP} * \text{sen}\theta_C^P = 821.014 * \text{sen}\, 81.3517 = +786.041$$

$$\Delta y_C^P = \overline{CP} * \cos\theta_C^P = 821.014 * \cos 81.3517 = +237.072$$

$$\mathbf{X_P} = X_C + \Delta x_C^P = 6890 + 786.041 = \mathbf{7676.041}$$

$$\mathbf{Y_P} = Y_C + \Delta y_C^P = 7254 + 237.072 = \mathbf{7491.072}$$

Representación.



P-18. ***Nos piden realizar la partición de una finca de pastizales, para planificar racionalmente el aprovechamiento de los mismos por el ganado. La finca viene definida por cuatro vértices Q, R, S y T. Sus coordenadas planimétricas son:***

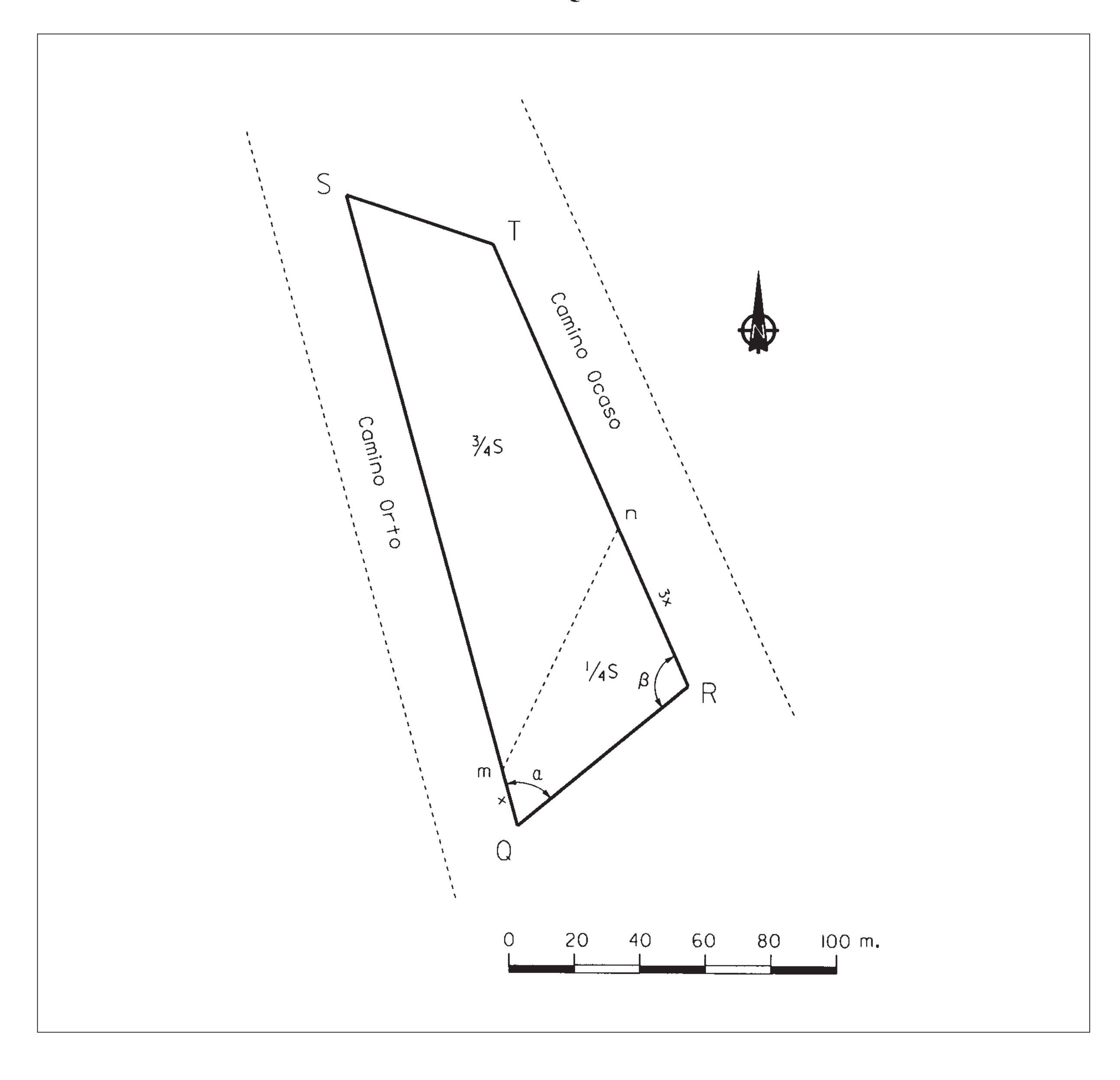
Q(1100,000 ; 1007,000) **R(1152,000 ; 1050,000)**

S (1047,000 ; 1200,000) **T(1092,000 ; 1185,000)**

La alineación definida por los vértices Q y S linda con el camino "Orto" y la definida por los vértices R y T con el camino "Ocaso".

Determinar la posición de dos puntos m y n, el primero en la alineación Q-S y el segundo en la R-T, de forma que la distancia Q-m sea 1/3 de la R-n y que los puntos Q-m-n-R definan una superficie de 1/4 de la superficie total de la finca.

CROQUIS



Resolución.

Para deducir los ángulos y , calculamos primero los acimutes de los ejes que los definen:

$$\theta_Q^S = 400 - arct\frac{|\Delta x_Q^S|}{|\Delta y_Q^S|} = 400 - \text{arctg}\frac{53}{193} = 382.9383$$

$$\theta_Q^R = \text{arctg}\frac{\Delta x_Q^R}{\Delta y_Q^R} = \text{arctg}\frac{52}{43} = 56.0132$$

$$\theta_R^T = 400 - arct\frac{|\Delta x_R^T|}{|\Delta y_Q^S|} = 400 - \text{arctg}\frac{60}{135} = 373.3750$$

$$\alpha = \theta_Q^R - \theta_Q^S + 400 = 56.0132 - 382.9383 + 400 = 73.0749$$

$$\beta = \theta_R^T - \theta_R^Q = 373.3750 - 256.0132 = 117.3618$$

$$Superficie \quad Total = \frac{1}{2}\Sigma x_i\left(y_{i-1} - y_{i+1}\right) = 8745\, m^2$$

Superficie a segregar = 8745 / 4 = 2186.25 m^2.

En la superficie a segregar, se puede establecer la siguiente expresión:

$$2 * 2186.25 = \overline{QR} * \overline{QM} * \text{sen}\,\alpha + \overline{QR} * \overline{RN}\,\text{sen}\,\beta - \overline{QM} * \overline{RN}\,\text{sen}(\alpha + \beta)$$

$$\overline{RN} = 3 * \overline{QM}$$

$$4372.5 = 61.436 * \overline{QM} + 194.646 * \overline{QM} - 0.449 * \overline{QM}^2$$

$$\overline{QM} = 17.619\ m. \quad \left(la\ solucion\ \overline{QM} = 552.72\ m.\ no\ es\ válida\ ya\ que\ \overline{QS}\ \text{p}\ 201\ m.\right)$$

$$\overline{NR} = 3 * 17.619 = 52.857\ m.$$

Conociendo las distancias y los acimutes, podemos calcular las coordenadas de los puntos que definen la partición:

$\Delta x_Q^M = 17.619 * \text{sen}\,382.9383 = -4.666$ $\quad$ $\Delta y_Q^M = 17.619 * \cos 382.9383 = 16.990$

$X_M = 1100 - 4.666 = \mathbf{1095.334}$ $\quad$ $Y_M = 1007 + 16.990 = \mathbf{1023.990}$

$\Delta x_R^N = 52.857 * \text{sen}\,373.3750 = -21.467$ $\quad$ $\Delta y_R^N = 52.857 * \cos 373.3750 = +48.301$

$X_N = 1152 - 21.467 = \mathbf{1130.533}$ $\quad$ $Y_N = 1050 + 48.301 = \mathbf{1098.301}$

P-19. ***Dos alineaciones rectas de una acequia, se quieren unir mediante un tramo circular de radio 25 metros. La prolongación de dichas alineaciones converge en un vértice "V", cuyas coordenadas se desconocen.***

Se dispone de las coordenadas planimétricas de un punto "A" en la primera alineación y de un punto "B" en la segunda:

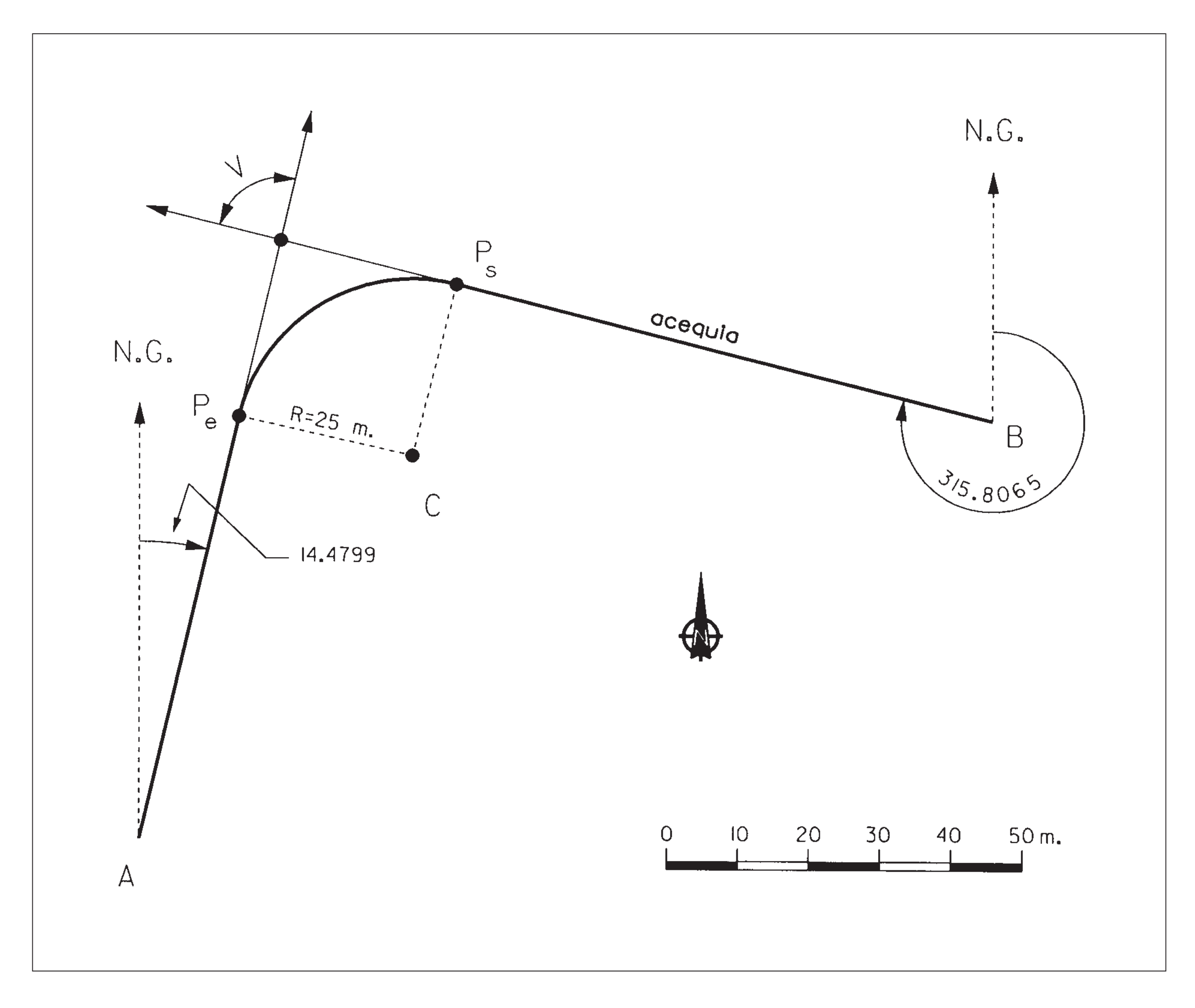
A (2421.410 , 2175.910) *B (2541.480 , 2235.340).*

Además, se sabe que el azimut de A a V es 14.4799 y el azimut de B a V es 315.8065.

Calcular:

a.- Las coordenadas planimétricas del vértice.
b.- " " " del Punto de Entrada a la Curva.
c.- " " " del Punto de Salida de la Curva.
d.- " " " del Centro.

CROQUIS



Resolución.

Primero calculamos las coordenadas del vértice V:

$$D_A^B = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{120.07^2 + 59.43^2} = 133.973$$
$$\theta_A^B = \text{arctg}\frac{\Delta x}{\Delta y} = \text{arctg}\frac{120.07}{59.43} = 70.7404$$
$$V = \theta_V^A - \theta_V^B = 214.4799 - 115.8065 = 98.6734$$

En el triángulo AVB:

$$A = \theta_A^B - \theta_A^V = 70.7404 - 14.4799 = 56.2605$$
$$B = \theta_B^V - \theta_B^A = 315.8065 - 270.7404 = 45.0661$$
$$Comprobación \quad A + B + V = 56.2605 + 45.0661 + 98.6734 = 200$$
$$\frac{\overline{AV}}{\text{sen } B} = \frac{\overline{BV}}{\text{sen } A} = \frac{\overline{AB}}{\text{sen } V}$$
$$\overline{AV} = 133.973 * \frac{\text{sen } 45.0661}{\text{sen } 98.6734} = 87.133$$

Tenemos la distancia y el acimut del punto A al vértice, luego podemos calcular sus coordenadas:

$$\Delta x_A^V = \overline{AV} * \text{sen}\,\theta_A^V = 87.133 * \text{sen } 14.4799 = +19.648$$
$$\Delta y_A^V = \overline{AV} * \cos\theta_A^V = 87.133 * \cos 14.4799 = +84.889$$
$$X_V = X_A + \Delta x_A^V = 2421.410 + 19.648 = 2441.058$$
$$Y_V = Y_A + \Delta y_A^V = 2175.910 + 84.889 = 2260.799$$

Ahora pasamos a resolver los elementos propios de la curva:

$$Angulo\ en\ el\ centro = 200 - V = 200 - 98.6734 = 101.3266 = C$$

$$\text{tg}\frac{C}{2} = \frac{tangente\ de\ entrada}{Radio} = \frac{T_e}{R}$$

$$T_e = R * \text{tg}\ \frac{C}{2} = 25 * \text{tg } 50.6633 = 25.526$$

$$Tangente\ de\ salida = T_s = T_e = 25.526$$

Las coordenadas de los puntos buscados serán:

$$\Delta x_V^{P_e} = T_e * \text{sen}\,\theta_v^A = 25.526 * \text{sen}\,214.4799 = -5.756$$

$$\Delta y_V^{P_e} = T_e * \cos\theta_v^A = 25.526 * \cos 214.4799 = -24.869$$

$$X_{P_e} = X_v + \Delta x_V^{P_e} = 2441.058 - 5.756 = \mathbf{2435.302}$$

$$Y_{P_e} = Y_v + \Delta y_V^{P_e} = 2260.799 - 24.869 = \mathbf{2235.930}$$

$$\Delta x_V^{P_s} = T_s * \text{sen}\,\theta_v^B = 25.526 * \text{sen}\,115.8065 = +24.743$$

$$\Delta y_V^{P_S} = T_s * \cos\theta_v^B = 25.526 * \cos 115.8065 = -6.273$$

$$X_{P_s} = X_v + \Delta x_V^{P_s} = 2441.058 + 24.743 = \mathbf{2465.801}$$

$$Y_{P_s} = Y_v + \Delta y_V^{P_s} = 2260.799 - 6.273 = \mathbf{2254.526}$$

$$X_C = X_{P_e} + \Delta x_{P_e}^C = 2435.302 + 25 * \text{sen}\,114.4799 = \mathbf{2459.658}$$

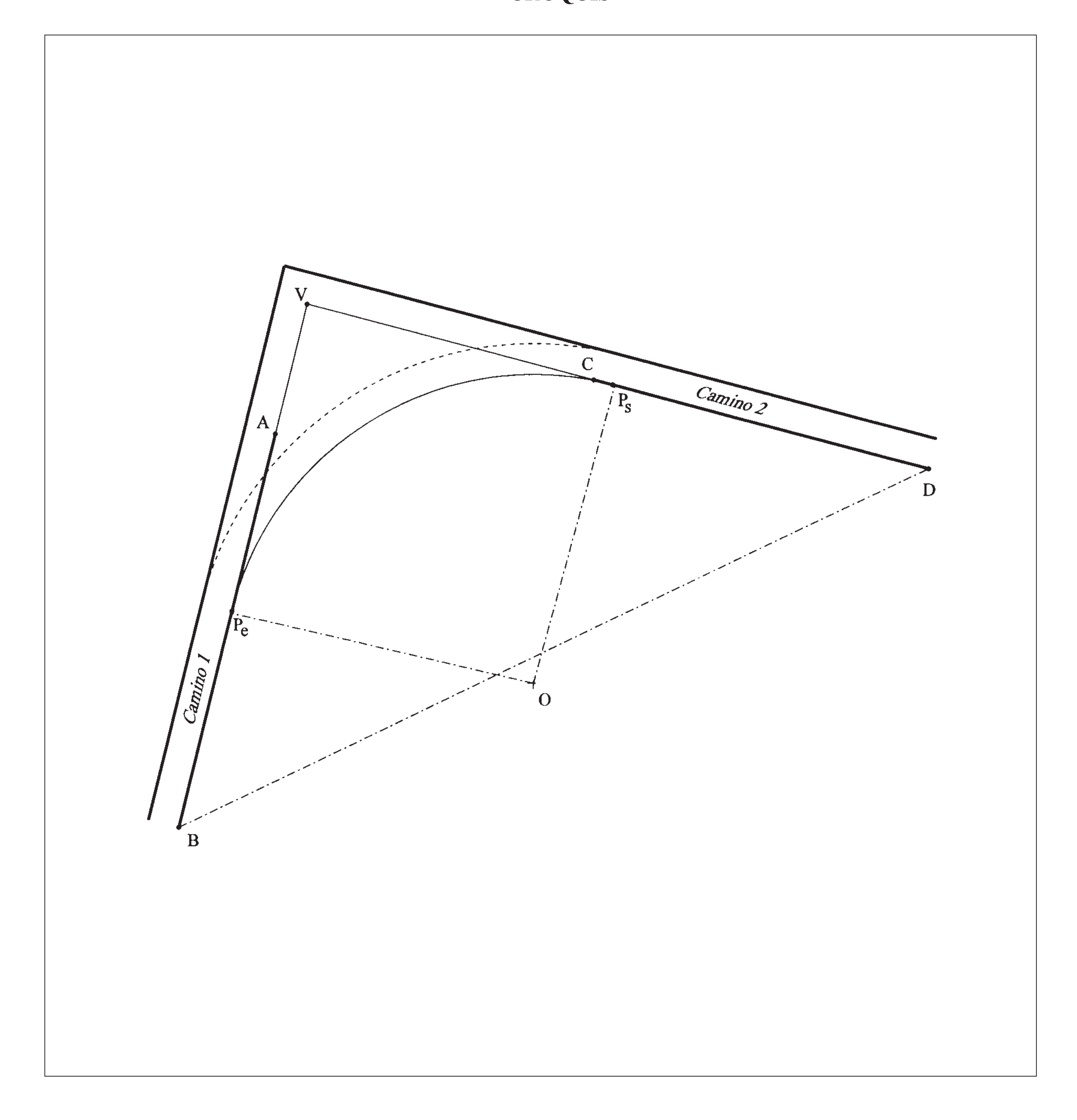
$$Y_C = Y_{P_e} + \Delta y_{P_e}^C = 2235.930 + 25 * \cos 114.4799 = \mathbf{2230.293}$$

P-20. ***Los bordes de dos caminos rurales lindantes a una parcela interseccionan en un punto V de coordenadas desconocidas, que coincide con un vértice de dicha parcela. Se quiere replantear un enlace circular entre ambos caminos, con un radio de 50 metros y saber qué superficie se debe expropiar. Se conocen las coordenadas X, Y de dos puntos en cada uno de los bordes:***

Alineación 1	**A(436.20 , 239.81)**	**B(421.41 , 175.91)**
Alineación 2	**C(487.48 , 249.03)**	**D(541.48 , 235.34)**

El camino tiene 5 metros de anchura y se desea mantenerla a lo largo del enlace circular. Calcular la superficie a expropiar.

CROQUIS



Resolución.

Primero calcularemos las coordenadas del vértice V a partir de las dos alineaciones que nos definen en el enunciado:

Esquema

$$\theta_B^A = \text{arctg}\frac{\Delta x}{\Delta y} = \text{arctg}\frac{14.79}{63.9} = 14.4799$$

$$\theta_B^D = \text{arctg}\frac{\Delta x}{\Delta y} = \text{arctg}\frac{120.07}{59.43} = 70.7404$$

$$\theta_D^C = 400 - \text{arctg}\frac{|\Delta x|}{|\Delta y|} = 400 - \text{arctg}\frac{54.00}{13.69} = 315.8065$$

$$\theta_B^A = \text{arctg}\frac{\Delta x}{\Delta y} = \text{arctg}\frac{14.79}{63.9} = 14.4799$$

$$\theta_A^B = 214.4799$$

$$\theta_B^D = \text{arctg}\frac{\Delta x}{\Delta y} = \text{arctg}\frac{120.07}{59.43} = 70.7404$$

$$\theta_D^B = 270.7404$$

$$\theta_D^C = 400 - \text{arctg}\frac{\Delta x}{\Delta y} = 400 - \text{arctg}\frac{54.00}{13.69} = 315.8065$$

$$Angulo\ en\ B = \theta_B^D - \theta_B^A = 70.7404 - 14.4799 = 56.2605$$

$$Angulo\ en\ D = \theta_D^C - \theta_D^B = 315.8065 - 270.7404 = 45.0661$$

$$Angulo\ en\ V = \theta_V^B - \theta_V^D = \theta_A^B - \theta_C^D = 214.4799 - 115.8065 = 98.6734$$

$$\overline{BD} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{120.07^2 + 59.43^2} = 133.973$$

$$\frac{\overline{BV}}{\text{sen}\, D} = \frac{\overline{BD}}{\text{sen}\, V} \qquad \overline{BV} = \overline{BD} * \frac{\text{sen}\, D}{\text{sen}\, V} = 133.973 * \frac{\text{sen}\, 45.0661}{\text{sen}\, 98.6734} = 87.133$$

$$\Delta x_B^V = \overline{BV} * \text{sen}\,\theta_B^A = 87.133 * \text{sen}\, 14.4799 = +19.648$$

$$\Delta y_B^V = \overline{BV} * \cos\theta_B^A = 87.133 * \cos 14.4799 = +84.889$$

$$X_V = X_B + \Delta x_B^V = 421.41 + 19.648 = \mathbf{441.058}$$

$$Y_V = Y_B + \Delta y_B^V = 175.91 + 84.889 = \mathbf{260.799}$$

Una vez calculado V, obtenemos las tangentes de entrada y salida a la curva:

$$V + \alpha = 200 \qquad \alpha = 200 - 98.6734 = 101.3266$$

$$\text{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\text{tangente de entrada}}{\text{Radio}} \qquad \text{T}_e = R * \text{tg}\frac{\alpha}{2} = 50 * \text{tg}\, 50.6633 = \mathbf{51.053} = T_s$$

$$\Delta x_V^{P_e} = T_e * \text{sen}\,\theta_A^B = 51.053 * \text{sen}\, 214.4799 = -11.512$$

$$\Delta y_V^{P_e} = T_e * \cos\theta_A^B = 51.053 * \cos 214.4799 = -49.738$$

$$X_{P_e} = X_V + \Delta x_V^{P_e} = 441.058 - 11.512 = \mathbf{429.546}$$

$$Y_{P_e} = Y_V + \Delta y_V^{P_e} = 260.799 - 49.738 = \mathbf{211.061}$$

$$\Delta x_V^{P_s} = T_s * \text{sen}\,\theta_C^D = 51.053 * \text{sen}\, 115.8065 = +49.487$$

$$\Delta y_V^{P_s} = T_s * \cos\theta_C^D = 51.053 * \cos 115.8065 = -12.546$$

$$X_{P_s} = X_V + \Delta x_V^{P_s} = 441.058 + 49.487 = \mathbf{490.545}$$

$$Y_{P_s} = Y_V + \Delta y_V^{P_s} = 260.799 - 12.546 = \mathbf{248.253}$$

Ahora calculamos la superficie a expropiar, que coincide con el terreno existente entre las alineaciones V-P_e, V-P_s y la curva circular:

$$\text{Superficie del sector circular } P_eOP_s = \frac{\alpha * \pi * R^2}{400} = \frac{101.3266 * \pi * 2500}{400} = 1989.54\ m^2$$

$$\text{Superficie del cuadrilatero V - P}_e\text{ - O - P}_s = \frac{1}{2}\left[T_e^{\,2} * \operatorname{sen} V + R^2 * \operatorname{sen}\alpha\right] = 2552.65\ m^2$$

Superficie a expropiar = 2552.65 – 1989.54 = 563.11 m²

Representación.

